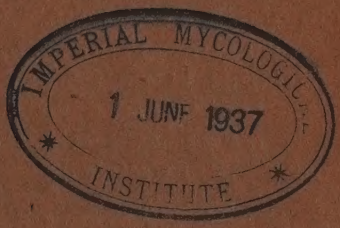
COMPTES RENDUS

(DOKLADY)

DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES DE L'URSS

NOUVELLE SÉRIE

1937



VOLUME XV

№ 1

ÉDITION DE L'ACADEMIE DES SCIENCES DE L'URSS
MOSCOU

AVIS AUX AUTEURS

Les «Comptes Rendus (Doklady) de l'Académie des Sciences de l'URSS» paraissent tous les dix jours, neuf numéros formant un volume d'environ 500 pages pourvu d'une table des matières.

Les «Comptes Rendus de l'Académie des Sciences de l'URSS» publient des communications courtes précisant l'essentiel des travaux plus volumineux en préparation. Ces articles, ne dépassant pas comme règle dix mille signes typographiques, sont donnés en l'une des trois langues: français, anglais, allemand. Ils embrassent les sciences mathématiques, physiques, naturelles et techniques, reproduisant les résultats de recherches scientifiques actuellement en cours ou à peine achevées qui représentent les plus récentes données de l'investigation scientifique.

Les auteurs ont droit chacun à 25 extraits gratuits.

Les manuscrits doivent être adressés à la Rédaction des «Comptes Rendus (Doklady) de l'Académie des Sciences de l'URSS»—Moscou, oulitza Koujbysheva, 8.

5 Avril

COMPTES RENDUS

(DOKLADY)

DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES DE L'URSS

COMITÉ DE RÉDACTION

A. Borissiak, de l'Académie, **A. Fersman**, de l'Académie, **A. Frumkin**, de l'Academie, **A. Richter**, de l'Académie, **S. Wawilow**, de l'Académie

NOUVELLE SERIE

5-me année

Paraissant tous les dix jours

1937

VOLUME XV, № 1

TABLE DES MATIÈRES

Pages

MATHÉMATIQUES

N. S. Košliakov (Koshliakov), Corresponding Member of the Academy On a Transformation of Definite Integrals and Its Application to the Theory of Riemann's Function $\zeta(s)$ 3
E. Liustich. Some Schemes of Mechanical Integrators 9
V. G. Čelidze (Tschelidze). Über derivierte Zahlen einer Funktion zweier Variablen 13
V. Niemytzki. I. Sur les équations intégrales non linéaires comparables aux équations linéaires 17
— II. Sur l'équation intégrale non linéaire la plus générale 20
N. Piskunov. Le problème limite pour l'équation aux derivées partielles du type hyperbo-parabolique 23

ASTRONOMIE

E. J. Perepelkin. An Apparatus for Quick and Accurate Reduction of Self-Registering Microphotometer Records. 25

PHYSIQUE

A. A. Šišlovskij (Shishlovsky). A Comparison of Absorption and Fluorescence Spectra of Anthracene in Different States of Aggregation 29
F. A. Korolev (Koroleff). Sur l'application de la méthode de Toeppler à la mesure de l'absorption des ultra-sons dans les liquides 35

CHIMIE

K. G. Mizuč. Nebenoxydationsprozesse bei der Reduktion von Nitroverbindungen der aromatischen Reihe. 2. Über die Einwirkung von zweiwertigem Eisensalz auf Arylhydroxylamine 37

GÉOLOGIE

I. B. Plešakov. The Stratigraphy of the Tertiary Oil-bearing Beds of the South-eastern Part of the Soviet Sakhalin 41
A. G. Eberzin. The Pontic Rocks of Mingrelia 45

BIOCHIMIE

I. A. Smorodincev (Smorodinzew), N. N. Krylova, V. I. Pasonina. Changes of Protein Fractions in Meat Ripening 49

PHYSIOLOGIE VÉGÉTALE

V. A. Novikov. Derangement of Metabolism in the Leaves of Lucerne when Infected with the Rust *Uromyces striatus* Schröt 53

EMBRYOLOGIE

N. Dragomirov. Experimentelle Induktion der Retina bei Amphibienembryonen 57
— Über den Einfluss des anliegenden Ektoderms auf die Organisation der Augenanlagen 61

Imprimé par l'ordre de l'Académie des Sciences de l'URSS.
Secrétaire perpétuel membre de l'Académie **N. Gorbounov.**
Rédacteur en chef A. Fersman.—Rédacteur S. Bernstein.

En composition: 9/III 1937.—En impression: 19/IV 1937.—Nombre de feuilles d'imprimerie 4—Nombre de caractères par feuille imprimée 65.000.—Pages 1—64. Format du papier 72×110 cm. Tirage 1 300. Moscou. Glavlit B—5120. Numéro d'édition 602. Numéro typographique 481.

Imprimerie № 16. Moscou, Trekhproudnij péréoulok, 9

Comptes Rendus (Doklady) de l'Académie des Sciences de l'URSS
1937. Volume XV, № 1

MATHEMATICS

ON A TRANSFORMATION OF DEFINITE INTEGRALS AND ITS APPLICATION TO THE THEORY OF RIEMANN'S FUNCTION $\zeta(s)$

By N. S. KOŠLIAKOV (KOSHLIAKOV), Corresponding Member of the Academy

The present paper deals with a transformation of definite integrals as a result of which it becomes possible to find new expressions for Riemann's functions $\zeta(s)$ ([1],[2]).

Let us assume that with functions $\varphi(x)$ and $\psi(x)$, the following relation holds

$$\sqrt{a}\int_0^\infty \varphi(ax)\,\psi(x)\,dx = \sqrt{b}\int_0^\infty \varphi(bx)\,\psi(x)\,dx, \tag{1}$$

parameters a and b being connected by the equality $ab = k$, where k denotes some absolute constant.

Putting in (1) $a = \sqrt{k}\,nu$, $b = \frac{\sqrt{k}}{nu}$ we find that

$$\int_0^1 u^{s-1}du\int_0^\infty \varphi(\sqrt{k}nux)\,\psi(x)dx + \frac{1}{n}\int_0^1 u^{-s}du\int_0^\infty \varphi\left(\frac{\sqrt{k}ux}{n}\right)\psi(x)\,dx =$$

$$= \frac{1}{n}\int_0^1 u^{-s}\,du\int_0^\infty \varphi\left(\frac{\sqrt{k}ux}{n}\right)\psi(x)\,dx. \tag{2}$$

Inverting the order of integration in the last integral and introducing the notation

$$\Phi(s) = \int_0^\infty \varphi(x)\,x^{-s}\,dx\int_0^\infty \psi(x)\,x^{s-1}\,dx, \tag{3}$$

we find the following transformation of the function $\Phi(s)$:

$$(\alpha\beta)^{\frac{s-1}{2}}\Phi(s) = \left(\frac{\alpha}{\beta}\right)^{\frac{s}{2}}\int_0^1 u^{s-1}du\int_0^\infty \varphi(\alpha xu)\,\psi(x)\,dx +$$

$$+\left(\frac{\beta}{\alpha}\right)^{\frac{1-s}{2}}\int_0^1 u^{-s}\,du\int_0^\infty \varphi(\beta xu)\,\psi(x)\,dx, \tag{4}$$

where the constants α and β are connected by the relation $\alpha\beta = k$.

If the function $\varphi(x)$ admits of being developed into a power series, the following formulae may be substituted for Formula (4):

$$(\alpha\beta)^{\frac{s-1}{2}}\Phi(s)=\left(\frac{\alpha}{\beta}\right)^{\frac{s}{2}}\int_0^\infty F(s,\alpha x)\,\psi(x)\,dx+\left(\frac{\beta}{\alpha}\right)^{\frac{1-s}{2}}\int_0^\infty F(1-s,\beta x)\psi(x)dx, \tag{5}$$

$$F(s,x)=\frac{\varphi(0)}{s}+\frac{\varphi'(0)}{s+1}\frac{x}{1!}+\frac{\varphi''(0)}{s+2}\frac{x^2}{2!}+\dots \tag{6}$$

$$\alpha\beta=k,\quad 0<Res<1.$$

Putting in Formula (4) $\alpha=\beta=\sqrt{k}$ and $s=\frac{1}{2}+i\frac{t}{2}$, we find that

$$Re\left\{k^{\frac{s-1}{2}}\Phi(s)\right\}_{s=\frac{1}{2}+i\frac{t}{2}}=4\int_0^\infty\Psi(z)\cos tz\,dz, \tag{7}$$

where

$$\Psi(z)=e^{-z}\int_0^\infty\varphi(\sqrt{k}\,e^{-2z}x)\,\psi(x)\,dx. \tag{8}$$

Inverting the integral (7) according to Fourier's formula, we find that

$$\int_0^\infty Re\left\{k^{\frac{s-1}{2}}\Phi(s)\right\}_{s=\frac{1}{2}+\frac{it}{2}}\cos 2zt\,dt=\pi\Psi(z), \tag{9}$$

where the function $\Psi(z)$ may be presented as follows

$$\Psi(z)=e^{z}\int_0^\infty\varphi(\sqrt{k}\,e^{2z}x)\,\psi(x)\,dx. \tag{10}$$

Let us consider some special cases of the transformations obtained. Let

$$\varphi(x)=e^{-x^2};\quad\psi(x)=\frac{\Gamma'(1+x)}{\Gamma(1+x)}-\log x;\quad k=\pi;\quad 0<Res<1. \tag{11}$$

From Laplace's integral

$$e^{-ax^2}=\frac{2\sqrt{\pi}}{a}\int_0^\infty e^{-\frac{\pi^2}{a^2}y}\cos 2\pi y\,dy \tag{12}$$

and

$$\int_0^\infty\left\{\frac{\Gamma'(1+x)}{\Gamma(1+x)}-\log x\right\}\cos 2\pi yx\,dx=\frac{1}{2}\left\{\frac{\Gamma'(1+y)}{\Gamma(1+y)}-\log y\right\} \tag{13}$$

we have [3]

$$\sqrt{a}\int_0^\infty e^{-a^2x^2}\left\{\frac{\Gamma'(1+x)}{\Gamma(1+x)}-\log x\right\}dx=\sqrt{b}\int_0^\infty e^{-b^2x^2}\left\{\frac{\Gamma'(1+x)}{\Gamma(1+x)}-\log x\right\}dx, \tag{14}$$

where $ab=\pi$.

From (3) we have

$$\Phi(s)=-\frac{\pi}{\sin\pi s}\,\pi^{\frac{1}{2}-s}\cdot\Gamma\left(\frac{s}{2}\right)\zeta(s). \tag{15}$$

The expansion (5) yields, in the case under consideration, the following result

$$\xi(s) = \left(\frac{\alpha}{\beta}\right)^{\frac{s}{2}} \int_0^\infty F_1(s, \alpha x) \left\{ \frac{\Gamma'(1+x)}{\Gamma(1+x)} - \log x \right\} dx +$$

$$+ \left(\frac{\beta}{\alpha}\right)^{\frac{1-s}{2}} \int_0^\infty F_1(1-s), \beta x) \left\{ \frac{\Gamma'(1+x)}{\Gamma(1+x)} - \log x \right\} dx, \tag{16}$$

where

$$F_1(s, x) = \frac{\sin \pi s}{\pi} s(1-s) \left\{ \frac{1}{s} - \frac{x^2}{1!} \frac{1}{s+2} + \frac{x^4}{2!} \frac{1}{s+4} - \dots \right\}, \tag{17}$$

$$\xi(s) = \frac{s(s-1)}{2} \pi^{-\frac{s}{2}} \Gamma\left(\frac{s}{2}\right) \zeta(s), \quad \Xi(t) = \xi\left(\tfrac{1}{2} + it\right), \quad \alpha\beta = \pi.$$

Returning now to relations (7)—(10), we find, in the special case under investigation, the following formulae

$$\Xi\left(\frac{t}{2}\right) = (t^2+1) \frac{\operatorname{ch} \frac{\pi t}{2}}{\pi} \int_0^\infty \Psi_1(z) \cos tz \, dz, \tag{18}$$

where

$$\Psi_1(z) = e^{-z} \int_0^\infty e^{-\pi e^{-4z} x^2} \left\{ \frac{\Gamma'(1+x)}{\Gamma(1+x)} - \log x \right\} dx, \tag{19}$$

and inversely

$$\int_0^\infty \frac{\Xi(t)}{t^2 + \frac{1}{4}} \frac{\cos 2zt}{\operatorname{ch} \pi t} dt = e^z \int_0^\infty e^{-\pi e^{4z} x^2} \left\{ \frac{\Gamma'(1+x)}{\Gamma(1+x)} - \log x \right\} dx. \tag{20}$$

The last result was given by Hardy (4).

Let us now consider the second special case relating to expansions associated with the numerical function $\tau(n)$, the number of divisors of n. I have proved (5) that

$$\sqrt{a} \int_0^\infty e^{-ax} \left\{ \sigma(x) + \frac{1}{4\pi x} \right\} dx = \sqrt{b} \int_0^\infty e^{-bx} \left\{ \sigma(x) + \frac{1}{4\pi x} \right\} dx, \tag{21}$$

where $ab = 4\pi^2$ and

$$\sigma(x) = 2 \sum_1^\infty \tau(n) \left\{ K_0(4\pi\varepsilon \sqrt{nx}) + K_0(4\pi\bar{\varepsilon} \sqrt{nx}) \right\} =$$

$$= -\gamma + \log x - \frac{1}{4\pi x} + \frac{x}{\pi} \sum_1^\infty \frac{\tau(n)}{x^2 + n^2}, \quad \varepsilon = e^{\frac{i\pi}{4}}, \quad \bar{\varepsilon} = e^{-\frac{i\pi}{4}}, \tag{22}$$

which corresponds to Formula (1) if

$$\varphi(x) = e^{-x}; \quad \psi(x) = \sigma(x) + \frac{1}{4\pi x}, \quad k = 4\pi^2.$$

Taking into consideration that

$$\Phi(s) = \frac{\pi}{\sin \pi s} \frac{\zeta(s) \zeta(1-s)}{(2\pi)^s}, \tag{23}$$

we find

$$\zeta(s)\zeta(1-s) = \left(\frac{\alpha}{\beta}\right)^{\frac{s}{2}} \int_0^\infty F_2(s,\ \alpha x)\left\{\sigma(x) + \frac{1}{4\pi x}\right\} dx +$$

$$+ \left(\frac{\beta}{\alpha}\right)^{\frac{1-s}{2}} \int_0^\infty F_2(1-s,\ \beta x)\left\{\sigma(x) + \frac{1}{4\pi x}\right\} dx, \qquad (24)$$

where $\alpha\beta = 4\pi^2$ and

$$F_2(s, x) = 2\sin \pi s \left\{\frac{1}{s} - \frac{x}{1!}\frac{1}{s+1} + \frac{x^2}{2!}\frac{1}{s+2} - \ldots\right\}.$$

Applying Formulae (7) and (9), we find that

$$\left|\zeta\left(\frac{1}{2} + i\frac{t}{2}\right)\right|^2 = 8\ \mathrm{ch}\frac{\pi t}{2} \int_0^\infty \Psi_2(z)\cos tz\, dz, \qquad (25)$$

where

$$\Psi_2(z) = e^{-z} \int_0^\infty e^{-2\pi e^{-2z}x}\left\{\sigma(x) + \frac{1}{4\pi x}\right\} dx, \qquad (26)$$

and inversely

$$\int_0^\infty \left|\zeta\left(\frac{1}{2} + it\right)\right|^2 \frac{\cos 2zt}{\mathrm{ch}\,\pi t}\, dt = 2\pi e^z \int_0^\infty e^{-2\pi e^{2z}x}\left\{\sigma(x) + \frac{1}{4\pi x}\right\} dx. \qquad (27)$$

Our intention being to cite a third example, let us introduce the function $X(x)$, defining it by the following expansion

$$X(x) = -\frac{\pi^2}{6} - \gamma^2 + 2\gamma_1 - \sum_1^\infty \tau(n)\left\{\frac{1}{x+n} - \frac{1}{n}\right\}, \qquad (28)$$

where γ is the Euler's constant, while

$$\gamma_1 = \lim_{n\to\infty}\left\{\frac{\log 2}{2} + \frac{\log 3}{3} + \ldots + \frac{\log n}{n} - \frac{\log^2(n+1)}{2}\right\}. \qquad (29)$$

Using the sum formula for sums of the type $\sum_1^\infty \tau(n) f(n)$ (6), we obtain the following expression for the function $X(x)$:

$$X(x) - 2\gamma\log x - \frac{1}{2}\log^2 x = -2\int_0^\infty \frac{t}{t^2+x^2}\left\{\sigma(t) + \frac{1}{4\pi t}\right\} dt, \qquad (30)$$

whence follows the formula

$$\zeta^2(s) = \frac{\sin \pi s}{\pi} \int_0^\infty \left\{\frac{1}{2}\log^2 x + 2\gamma\log x - X(x)\right\}\frac{dx}{x^s},\ 0 < Res < 1. \qquad (31)$$

Further, on the basis of Hardy's integral (8)

$$\int_0^\infty J_0(t)\, Y_0\left(\frac{x^2}{t}\right) dt = Y_0(2x) - \frac{2}{\pi} K_0(2x) \qquad (32)$$

it is possible to prove that

$$K_0(ax) = \frac{4\pi^2}{a} \int_0^\infty K_0\left(\frac{4\pi^2}{a} y\right) \left\{ \frac{2}{\pi} K_0(4\pi \sqrt{xy}) - Y_0(4\pi \sqrt{xy}) \right\} dy \quad (33)$$

and, consequently,

$$\int_0^\infty K_0(ax) \left\{ X(x) - 2\gamma \log x - \frac{1}{2} \log^2 x \right\} dx =$$

$$= \frac{4\pi^2}{a} \int_0^\infty K_0\left(\frac{4\pi^2}{a} y\right) dy \int_0^\infty \left\{ \frac{2}{\pi} K_0(4\pi \sqrt{yx}) - Y_0(4\pi \sqrt{yx}) \right\} \left\{ X(x) - \right.$$

$$\left. - 2\gamma \log x - \frac{1}{2} \log^2 x \right\} dx. \quad (34)$$

Taking into consideration the formula

$$\int_0^\infty \left\{ X(x) - 2\gamma \log x - \frac{1}{2} \log^2 x \right\} \left\{ \frac{2}{\pi} K_0(4\pi \sqrt{yx}) - Y_0(4\pi \sqrt{yx}) \right\} dx =$$

$$= \frac{1}{2\pi} \left\{ X(y) - 2\gamma \log y - \frac{1}{2} \log^2 y \right\}, \quad (35)$$

we obtain

$$\sqrt{a} \int_0^\infty K_0(ax) \left\{ X(x) - 2\gamma \log x - \frac{1}{2} \log^2 x \right\} dx =$$

$$= \sqrt{b} \int_0^\infty K_0(bx) \left\{ X(x) - 2\gamma \log x - \frac{1}{2} \log^2 x \right\} dx, \quad (36)$$

where $ab = 4\pi^2$, which corresponds to Formula (1) if

$$\varphi(x) = K_0(x); \quad \psi(x) = X(x) - 2\gamma \log x - \frac{1}{2} \log^2 x; \quad k = 4\pi^2.$$

In the case under examination

$$\Phi(s) = \frac{1}{2^{s+1}} \frac{\pi}{\sin \pi s} \pi^{1-2s} \Gamma^2\left(\frac{s}{2}\right) \zeta^2(s), \quad (37)$$

and Formula (7) yields

$$\Xi^2\left(\frac{t}{2}\right) = (t^2+1)^2 \frac{\operatorname{ch} \frac{\pi t}{2}}{4\pi} \int_0^\infty \Psi_3(z) \cos tz \, dz, \quad (38)$$

where

$$\Psi_3(z) = e^{-z} \int_0^\infty K_0(2\pi e^{-2z} x) \left\{ X(x) - 2\gamma \log x - \frac{1}{2} \log^2 x \right\} dx, \quad (39)$$

and inversely

$$\int_0^\infty \frac{\Xi^2(t)}{\left(t^2 + \frac{1}{4}\right)^2} \frac{\cos 2zt}{\operatorname{ch} \pi t} dt = e^z \int_0^\infty K_0(2\pi e^{2z} x) \left\{ X(x) - 2\gamma \log x - \frac{1}{2} \log^2 x \right\} dx. \quad (40)$$

Scientific Research Institute
of Mathematics and Mechanics.
Leningrad State University.

Received
20. II. 1937

REFERENCES

[1] Ramanujan, Collected Papers, p. 72. [2] N. S. Koshliakov. C. R. Acad. Sci. URSS, II, 7 (1934). [3] N. S. Koshliakov, C. R. Acad. Sci. URSS, IV, 4 (1934) [4] Ramanujan, Quarterly Journal (1934). [5] N. S. Koshliakov, C. R. Acad. Sci. URSS, IV (1936). [6] N. S. Koshliakov, C. R. Acad. Sci URSS, II, 7 (1934). [7] N. S. Koshliakov, C. R. Acad. Sci. URSS, III, 6 (1934). [8] Hardy, Messenger of Mathem., vol. LVI, 12 (1927). [9] N. S. Koshliakov, C. R. Acad. Sci. URSS, IV, 6 (1936).

Comptes Rendus (Doklady) de l'Académie des Sciences de l'URSS
1937. Volume XV, № 1

MATHEMATICS

SOME SCHEMES OF MECHANICAL INTEGRATORS

By E. LIUSTICH

(Communicated by A. N. Krylov, Member of the Academy, 5. II. 1937)

In many problems of physics the integral over a plane can be reduced to the integral over a closed plane contour expressed as

$$\oint \sin(m\theta + \alpha) \sin(n\varphi + \beta)\, d\varphi \qquad (1)$$

where m, n, α, β are constants,

θ is the zenith angle, φ is the azimuth } spherical coordinates of the elements of the contour,

the origin of the coordinates lying at a distance h from the plane of the contour and the polar axis being assumed to be perpendicular to this plane.

We shall now describe some schemes for the mechanical calculation of such a kind of integrals by means of tracing a given contour S made on paper. It is assumed that the projection Q of the origin of the coordinates onto the plane S is shown on the chart. For convenience of further description, it is also assumed that the chart is lying horizontally.

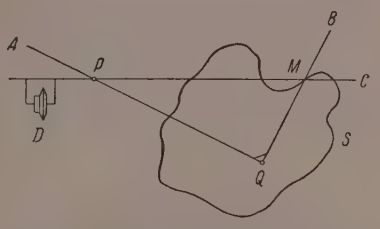


Fig. 1.

The simplest integrator is the one for calculating the solid angle ω at which the surface enclosed by the contour S* is seen from the origin. It consists of three straight horizontal rods A, B and C (fig. 1). Rods A and B are rigidly attached at right angles and revolve round a vertical axis passing through point Q of the chart. Rod C is jointed to rod A at point P at a distance h (in the scale of the chart) from Q and carries wheel D, which is quite similar to that of the Amsler planimeter and fulfils the same function. The plane of the sharp edge of the wheel

* The scheme of the integrator for calculating solid angles was elaborated by the author at the Gravimetrical Laboratory of the Chief Oil Syndicate of the USSR.

intersects rod C perpendicularly at the distance a from P. M, the point of intersection of rods B and C, is movable with respect to both rods and, during the revolution of the integrator about its axis Q, exactly traces curve S.

It is easy to prove that, under such a condition, the angle formed by rods A and C always will be equal to θ and that, if point M makes a complete tracing of contour S, the edge of wheel D will turn through the arc

$$l = \oint (a + h \cos \theta)\, d\varphi.$$

Whence it is not difficult to obtain the value of the solid angle ω, which, as is well known, is represented by the integral

$$\omega = \oint (1 - \cos \theta)\, d\varphi.$$

Of course, the design must provide for easy alterations of distance h. It is worthy of note that, since this instrument functions with respect to the closed contour described by any point of rod C as an Amsler polar planimeter, the area enclosed by such a contour may also serve as a measure of the solid angle ω.

A further improvement of this integrator consists in an arrangement quite identical with that of the disc planimeter, the only difference being that the disc is rotated by means of a shaft extending along rod A, and that, with changes of distance h, the disc moves together with point P without losing its connection with the shaft (evidently bevel gears will have to be used instead of spur gearing). The advantage of such a sheme, in addition to its greater precision, consists in the greater simplicity of the calculations involved, since, in this case, the readings do not have to be divided by h.

The integrator for determining solid angles may also be applied in phototechnics and, more especially, in magnetometry and gravimetry, for with its help the task of calculating the magnetic potential or the vertical component of the force of gravity, of a body represented graphically in horizontals, becomes an easy matter.

The scheme shown in Fig. 1 serves as a basis for more complicated schemes of new integrating instruments. So, for instance, by attaching to rod C a gear doubling the angle of rotation of wheel D, in the same manner as is done in the Amsler integrator, we shall have an instrument for calculating the expression

$$\oint \cos 2\theta d\varphi.$$

Such a system would be most useful in phototechnical calculation, inasmuch as the illumination of a point on a plane produced by a parallel plane luminous surface of a uniform light intensity B is expressed by the integral over the contour of the luminous surface:

$$E = \frac{B}{4} \oint (1 - \cos 2\theta)\, d\varphi,$$

assuming the origin of the coordinates to be at the illuminated point*.

---

* This scheme was worked out by the writer in co-operation with E. S. Ratner for the Phototechnical Laboratory of the All-Union Institute of Electrical Engineering.

It is also possible to use for this scheme a variant similar to the Amsler disc integrator.

We obtain still another type of integrator if we modify the disc integrator by the introduction of the device shown in Fig. 2.

This device embodies a horizontal rod EE interrupted at one place by a horizontal plate with slit F perpendicular to rod EE. Rod EE moves between guides G, G, rigidly attached to the system of rods A and B (Fig. 1), and rotates (e. g. by means of a rack) the disc of the integrator. The vertical pin H passing through slit F is immobile with respect to the chart of contour S. With the rotation of the integrator about the axis Q through an angle $d\varphi$, the disc rotates through an angle proportional to

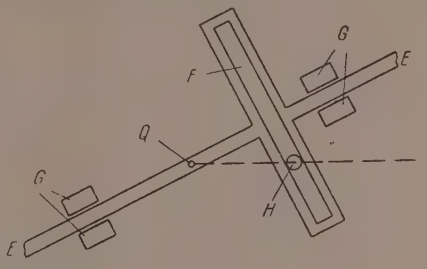


Fig. 2.

$$\sin\varphi d\varphi,$$

where φ is the angle formed by rod EE and direction QH. This integrator may therefore be applied for calculating

$$\oint \cos m\theta \sin\varphi d\varphi.$$

By placing pin H at the edge of the gear wheel rolling, with the rotation of the whole system about axis Q, along the rim of an immovable gear wheel of a different diameter, we can calculate

$$\oint \cos m\theta \sin n\varphi d\varphi.$$

In both cases, it is very easy to obtain sine instead of cosine and vice versa, or to pass in general to formula (1).

These integrators may be applied in gravimetry, inasmuch as the magnitudes measured by the gravitational variometer are expressed, for a plane horizontal layer, by

$$\frac{\partial^2 U}{\partial x \partial z} = \frac{3}{4h}\oint \sin\theta\cos\varphi d\varphi - \frac{1}{4h}\oint \sin 3\theta\cos\varphi d\varphi,$$

$$\frac{\partial^2 U}{\partial y \partial z} = \frac{3}{4h}\oint \sin\theta\sin\varphi d\varphi - \frac{1}{4h}\oint \sin 3\theta\sin\varphi d\varphi,$$

$$2\frac{\partial^2 U}{\partial x \partial y} = \frac{1}{4h}\oint \cos 3\theta\sin 2\varphi d\varphi - \frac{9}{4h}\oint \cos\theta\sin 2\varphi d\varphi,$$

$$\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} = \frac{1}{4h}\oint \cos 3\theta\cos 2\varphi d\varphi - \frac{9}{4h}\oint \cos\theta\sin 2\varphi d\varphi.$$

Received
5. II. 1937.

Comptes Rendus (Doklady) de l'Académie des Sciences de l'URSS
1937. Volume XV, № 1

MATHEMATIK

ÜBER DERIVIERTE ZAHLEN EINER FUNKTION ZWEIER VARIABLEN

Von V. G. ČELIDZE (TSCHELIDZE)

(Vorgelegt von S. N. Bernstein, Mitglied der Akademie, d. 27. II. 1937)

Diese Arbeit verfolgt das Ziel einige für die Funktion einer Variablen erhaltene Resultate auf Funktionen zweier Variablen auszudehnen. Ausgegangen wurde hierbei von den Untersuchungen von A. Denjoy (1), N. N. Luzin (2), S. Saks (3) und A. J. Chintschin (4).

Unter Einführung des Begriffs der Funktion zweier Variablen mit beschränkter Variation im Intervalle I_0 und allgemein auf einer beliebigen Menge E und des Begriffes der Ableitung im Sinne (k), beweisen wir, dass so eine Funktion fast überall auf der gegebenen Menge eine Ableitung im Sinne (k) zulässt.

Wir definieren, den Gedanken A. Chintschin's folgend, die Funktionen zweier Variablen mit verallgemeinerter beschränkter Variation folgendermassen.

Sei die Funktion $F(x, y)$ bestimmt im zweidimensionalen Intervall $I_0 = [a_1, a_2; b_1, b_2]$; wir sagen, dass $F(x, y)$ eine Funktion mit einer verallgemeinerten beschränkten Variation im Intervalle I_0 ist, falls I_0 als eine Summe von abzählbarer Anzahl derartiger Mengen $\{E_n\}$ dargestellt werden kann, wo auf jeder von denselben $F(x, y)$ eine Funktion von beschränkter Variation ist.

Analog definieren wir die verallgemeinerte absolut stetige Funktion zweier Variablen.

§ 1. Es sei die Funktion $F(x, y)$ im Intervalle $I_0 = [a_1, a_2; b_1, b_2]$ gegeben. In diesem Intervalle wollen wir das Intervall $I = [x_1, x_2; y_1, y_2] \subset I_0$ betrachten.

Den Ausdruck

$$F(x_1, y_1) + F(x_2, y_2) - F(x_2, y_1) - F(x_1, y_2)$$

wollen wir im folgenden durch

$$\Delta(F; x_1, x_2, y_1, y_2)$$

oder $\Phi_F(I)$ bezeichnen.

Offensichtlich ist $\Phi_F(I)$ eine Funktion des Intervalls I.

Definition I. Zerlegen wir nun das Intervall I_0 in eine beliebige endliche Anzahl von Intervallen $I_1, I_2, \ldots, I_m$ und betrachten die Summe:

$$\sum_k |\Phi_F(I_k^i)| .$$

Falls die obere Grenze dieser Summe eine endliche Zahl ist, wollen wir $F(x, y)$ eine Funktion mit beschränkter Variation im Intervalle I_0 nennen.

Definition II. Die im Intervalle I_0 bestimmte Funktion $F(x, y)$ wird genannt absolut stetig in I_0, falls für eine beliebig gegebene Zahl $\varepsilon > 0$ es so eine Zahl $\eta > 0$ gibt, dass für eine jede endliche Folge der Intervalle $I_1, I_2, \ldots, I_m$, die keine paarweise gemeinsamen inneren Punkte besitzen, die Ungleichheit

$$\sum_{k=1}^{m} \mu(I_k^{''}) < \eta \qquad \sum_{k=1}^{m} |\Phi_F(I_k^s)| < \varepsilon$$

nach sich zieht. Hier ist $\mu(I_k)$ Mass des Intervalls $I_k^{''}$.

Definition III. Es sei die Funktion $F(x, y)$ auf der begrenzten Menge E bestimmt. Nehmen wir das Intervall $I_0 = [a_1, a_2; b_1, b_2]$, wo a_1 und a_2 die untere und obere Grenze der Punktabszissen der Menge E, b_1 und b_2 die untere und obere Grenze der Ordinaten der Punkte derselben Menge E sind.

Wir sagen nun, dass $F(x, y)$ eine Funktion mit beschränkter Variation in der Menge E ist, sobald es so eine Funktion $\Psi(x, y)$ gibt, die im Intervalle I_0 bestimmt ist, in demselben eine Funktion mit beschränkter Variation darstellt und auf der Menge E mit der gegebenen Funktion $F(x, y)$ übereinstimmt.

Definition IV. Die Funktion $F(x, y)$ wollen wir absolut stetig auf der Menge E nennen, wenn es so eine Funktion $H(x, y)$ gibt, die, bestimmt im Intervalle $I_0 \supset E$, eine absolut stetige Funktion im letzteren darstellt und auf der Menge E mit der gegebenen Funktion $F(x, y)$ übereinstimmt.

Definition V. Die auf der Menge E bestimmte Funktion $F(x, y)$ wollen wir eine Funktion mit verallgemeinerter beschränkter Variation auf E nennen, sobald E die Summe einer endlichen oder abzählbaren Anzahl solcher Mengen E_n ist, auf jeder von denen $F(x, y)$ eine Funktion mit beschränkter Variation ist.

Definition VI. Sei die Funktion $F(x, y)$ auf der Menge E bestimmt. Wir wollen

$$\lim \frac{\Delta(F, x_0, x, y_0, y)}{(x - x_0)(y - y_0)}$$

eine Ableitung der Funktion $F(x, y)$ im Punkte $(x_0, y_0) \subset E$ im Sinne (k) nennen, falls der Punkt (x, y) durchlaufend die Punkte der Menge E derart zum Punkte (x_0, y_0) strebt, dass auch (x, y_0) und (x_0, y) der Menge E angehören und die Bedingung

$$\frac{1}{k} \leqslant \left| \frac{y - y_0}{x - x_0} \right| \leqslant k$$

erfüllt ist.

Diese Grenze bezeichnen wir durch $D_E^{(k)} F(x_0, y_0)$ und wollen sie als eine Ableitung im Sinne (k) in bezug auf Menge E der Funktion $F(x, y)$ im Punkte (x_0, y_0) nennen.

Definition VII. Als approximative Ableitung der Funktion $F(x, y)$ im Punkte $(x_0, y_0) \subset E$ nennen wir

$$\lim \frac{\Delta(F; x_0, x, y_0, y)}{(x - x_0)(y - y_0)},$$

falls Punkt (x, y)—durchlaufend die Menge $E' \subset E$ für welche Punkt (x_0, y_0) ein Dichtepunkt ist—zum Punkte (x_0, y_0) strebt.

Die approximative Ableitung der Funktion $F(x, y)$ bezeichnen wir durch $D_{ap}F(x_0, y_0)$.

§ 2. Wir beweisen folgende fundamentale Sätze:

Lehrsatz 1. *Lässt die stetige Funktion $F(x, y)$ im Punkte (x_0, y_0) die Ableitung im Sinne (k)—bei beliebigen Werten von k—zu, so hat $F(x, y)$ in diesem Punkte auch eine approximative Ableitung.*

Lehrsatz 2. *Ist $F(x, y)$ eine Funktion mit verallgemeinerter beschränkter Variation im zweidimensionalen Intervalle $I_0 = [a_1, a_2; b_1, b_2]$, so existiert fast überall die endliche approximative Ableitung.*

Lehrsatz 3. *Lässt die im Intervalle I_0 bestimmte stetige Funktion $F(x, y)$ überall, mit Ausnahme einer abzählbaren Menge, die endliche approximative Ableitung zu, so ist $F(x, y)$ eine verallgemeinerte absolut stetige Funktion.*

Lehrsatz 4. *Ist $F(x, y)$ eine verallgemeinerte absolut stetige Funktion I_0 und ist fast überall $D_{ap}F(x, y) = 0$,* so hat $F(x, y)$ die Gestalt $\varphi(x) + \psi(y)$.

Diese im Herbst 1935 begonnene Arbeit wurde unter der Leitung von D. E. Menschow ausgeführt. Letzterer durchsah nicht nur die erhaltenen Resultate, sondern gab auch nötige Hinweise zur weiteren Entwicklung der Arbeit, was für mich von besonderem Werte war. Ich spreche ihm hierfür meinen tiefempfundenen Dank aus.

Tbilisi (Tiflis).

Eingegangen
d. 27. II. 1937.

ZITIERTE LITERATUR

[1] A. Denjoy, Bull. Soc. Math. de Fr., **43**, 161—248 (1915); Journ. de Math. 105—240 (1915); Ann. Éc. Norm. Sup., 127—222 (1916); 181—236 (1917). [2] N. N. Luzin, Das Integral und die trigonometrische Reihe (1915). [3] S. Saks, Théorie de l'intégrale (1933). [4] A. J. Chintschin, Recueil Math., XXX, 543—557.

Comptes Rendus (Doklady) de l'Académie des Sciences de l'URSS
1937. Volume XV, № 1

MATHÉMATIQUES

I.

SUR LES ÉQUATIONS INTÉGRALES NON LINÉAIRES COMPARABLES AUX ÉQUATIONS LINÉAIRES

Par V. NIEMYTZKI

(Présenté par S. N. Bernstein, de l'Académie, le 23. II. 1937)

Considérons une équation intégrale non linéaire du type de Hammerstein

$$\varphi(x) = \int_B K(x, y) f(y, \varphi)\, dy. \tag{1}$$

Nous dirons qu'elle est «comparable à une équation linéaire» si l'on a pour toutes les valeurs de u

$$|f(x, u)| \leqslant C|u| + D.$$

Plusieurs auteurs, en particulier Iglisch, Golomb et Hammerstein [1] démontrent les théorèmes d'existence pour les équations de ce type. Le but de la présente note est de donner quelques généralisations des théorèmes de ces auteurs ainsi que d'indiquer la possibilité de donner des démonstrations beaucoup plus simples pour les résultats établis.

Nous imposons au noyau les conditions suivantes

1. $\int_B K^2(x, s)\, ds \leqslant B$, B étant une constante.
2. $\int_B |K(x+h, s) - K(x, s)|\, ds < \varepsilon$ pour $|h| < \delta$ indépendamment de x.

Golomb et Iglisch [1] remplaçaient la condition (2) par l'hypothèse que le noyau $K(x, s)$ possède des discontinuités admissibles. Il est évident que dans tous les «principaux» cas notre condition est vérifiée dans les hypothèses faites. Quant à la fonction $f(x, u)$, nous allons supposer que $f(x, u)$ est continue par rapport à u.

Nous allons établir d'abord les deux théorèmes suivants:

Théorème 1. *Si le noyau vérifie les conditions* (1) et (2) *et si* $f(x, u)$ *est continue par rapport à* u et $|f(x, u)| \leqslant C|u| + D$, *si d'ailleurs*

$$C \max \left| \int_B K(x, s)\, ds \right| < 1,$$

alors l'équation (1) *admet une solution.*

Considérons l'opérateur

$$\psi(x) = O(\varphi) = \int_B K(x, s) f(x, \varphi)\, ds.$$

D'après le théorème III′ de mon article (²) il est continu dans l'espace de la convergence uniforme. Démontrons, que cet opérateur transforme une sphère quelconque de l'espace considéré en un ensemble compact; nous avons

$$|\psi(x+h) - \psi(x)| \leqslant \int_B |K(x+h, y) - K(x, y)|\,(CL + D)\, dx,$$

si $|\varphi| < L$, c'est-à-dire

$$|\psi(x+h) - \psi(x)| \leqslant (CL + D) \int_B |K(x+h, y) - K(x, y)|\, dx,$$

donc les fonctions $\psi(x)$ sont également continues. Il suit immédiatement de l'inégalité de Schwarz qu'elles sont uniformément bornées. Donc, en vertu d'un théorème d'Ascoli la famille $\{|\varphi(x)| \leqslant L\}$ se transforme en un ensemble compact. Soit maintenant

$$\max \left| \int K(x, s)\, ds \right| = K$$

et soit

$$L = \frac{2KD}{1 - KC}.$$

Démontrons que la sphère $|\varphi(k)| \leqslant L$ se transforme en une partie de la même sphère. On a pour les fonctions formant la sphère $\{|\varphi(x)| \leqslant L\}$

$$|\psi(x)| \leqslant \int_B |K(x, s)|\,|C|\varphi| + D|\, ds \leqslant KC|\varphi| + KD,$$

$$|\psi(x)| \leqslant KC\,\frac{2KD}{1 - KC} + KD = \frac{2KD}{1 - KC}\left[\frac{KC}{2} + \frac{1}{2}\right]$$

et comme

$$\frac{KC}{2} < \frac{1}{2},$$

on a

$$|\psi(x)| < \frac{2KD}{1 - KC} = L.$$

Théorème 2. *Si* $K(x, s)$ *vérifie les conditions* (1) et (2) *et si pour toutes les valeurs de* u *on a* $f'_u(u, s) < C$ *et d'ailleurs*

$$C \max \int_B K\,|(s, t)|\, dt = \alpha < 1,$$

alors la solution de l'équation (1) *existe et elle est unique.*

Considérons l'opération

$$\psi(x) - O(\varphi) = \int_B K(x, s) f(s, \varphi)\, ds.$$

D'après le théorème 1, cette opération transforme les fonctions continues en d'autres fonctions continues. Considérons deux fonctions continues quelconques u et v; on a alors

$$|\varphi - \psi| = \left| \int K(x,s) f_u(\tilde{u}, s)(u - \varphi)\, ds \right| \leqslant$$

$$\leqslant \int K(x,s) C \max|u - \varphi|\, ds \leqslant C \max|u - \varphi| \int |(K(x,s)|\, ds,$$

c'est-à-dire

$$|\varphi - \psi| \leqslant \alpha \max(u - \varphi),$$

où $\alpha < 1$.

Il est alors aisé de voir que les itérations de l'opération $O(\varphi)$ conduisent à une solution et d'ailleurs, que cette solution est unique [3].

Iglisch a démontré des théorèmes analogues aux précédents en supposant que la fonction $f(x, u)$ est analytique par rapport à u.

Les méthodes de démonstration des théorèmes 1 et 2 peuvent être appliquées immédiatement à la démonstration des deux théorèmes suivants de Golomb [4]:

Théorème 3. *Si $K(x, s)$ vérifie les conditions* (1) et (2) *et si*

$$|f_i(s, u_1, u_2, \ldots, u_n)| \leqslant a + K_{i_1}|u_1| + \ldots + K_{i_n}|u_n|$$

si d'ailleurs

$$(K_{i_1}^2 + K_{i_2}^2 + \ldots + K_{i_n}^2)(M_1^2 + M_2^2 + \ldots + M_n^2) < 1,$$

où

$$M_i^2 = \int_B \int_B K_i(s, t) f_i(s, u_1, \ldots, u_n)\, dt \qquad (i = 1, 2, \ldots n);$$

alors le système d'équations

$$u_i = \int_B K_i(s, t) f_i(s, u_1, \ldots, u_n)\, dt$$

admet une solution.

La démonstration est analogue à celle du théorème 1.

Théorème 4.—Le système

$$u_i = \int_B K_i(s, t) f_i(t, u_1, u_2 \ldots u_n)\, dt,$$

admet une solution unique si

$$\int_B \int_B K_i^2(s, t)\, ds\, dt < \infty$$

et si

$$[f_i(s, u_1, \ldots, u_n) - f_i(s, v_1, \ldots, v_n)]^2 \leqslant m_1^2(u_1 - v_1) + \ldots + m_n^2(u_n - v_n)$$

$$\sum m_i^2 = m^2 < \frac{1}{\int_B \int_B K^2(s, t)\, ds\, dt}.$$

La démonstration est analogue à celle du théorème 2.

Moscou.

Manuscrit reçu
le 23. II. 1937.

LITTÉRATURE CITÉE

[1] Iglisch R., Math. Ann., **108**, 1; Golomb, Math. ZS., **39**, 1; Hammerstein, Acta Math., **54**. [2] Niemytzki, Rec. Math., **41**, 3. [3] Niemytzki, Rec. Math., **41**, 4.

II.

SUR L'ÉQUATION INTÉGRALE NON LINÉAIRE LA PLUS GÉNÉRALE

Par V. NIEMYTZKI

(Présenté par S. N. Bernstein, de l'Académie le 23. II. 1937)

Considérons l'équation opératoire

$$\varphi = O(\varphi),$$

où l'opérateur $O(\varphi)$ peut contenir des opérations du type de «fonctions»— opérations dont on peut trouver les résultats en connaissant les valeurs des variables indépendantes, et des opérations du type de «fonctionnelles», dont on trouve les résultats en connaissant les valeurs des fonctions qu'elles contiennent dans tout le domaine de leur définition. nous dirons que l'équation considérée est une équation intégrale si la seule opération du type «fonctionnelle» qu'elle contient est l'intégration.

L'équation intégrale la plus générale peut être écrite dans la forme

$$u = f\Big(u,\ \alpha,\ \lambda,\ \int_{B_1} K_1(u,\ \alpha,\ \lambda,\ \beta)\, d\beta \ldots \int_{B_n} K_n(u,\ \alpha,\ \lambda,\ \beta)\, d\beta \ldots,\Big) \qquad (1)$$

où les intégrales peuvent être en nombre infini et le nombre des variables dans les intégrales peut croître indéfiniment avec l'indice n.

Tous les types d'équations intégrales, que l'on connaît: ceux de Schmidt, d'Hammerstein, d'Urysson, de Smirnoff (1) sont des cas particuliers de cette équation générale. Le but de la présente note est de montrer la possibilité d'établir des théorèmes d'existence pour l'équation générale (1).

Nous allons appliquer la méthode des approximations successives dans sa forme «géométrique», c'est-à-dire le principe de Cacciopoli-Banach (2). Supposons à cet effet que la fonction $f\Big(u,\ \alpha,\ \lambda,\ \int_{B_1} \ldots\Big)$ et les fonctions $K_i(u,\ \alpha,\ \lambda,\ \beta)$ vérifient la condition de Lipschitz, c'est-à-dire, que l'on a

$$|f(u',\ \lambda,\ \alpha,\ \gamma_1', \ldots, \gamma_n' \ldots) - f(u'',\ \lambda,\ \alpha,\ \gamma_1'', \ldots, \gamma_n'', \ldots)| \leqslant$$
$$\leqslant \sum A_i |\gamma_i' - \gamma_i''| + B|u' - u''|$$

où les fonctions A_i dépendent de α, λ et B ne dépend que de λ, d'ailleurs

$$|K_i(u',\ \alpha,\ \beta,\ \lambda) - K_i(u'',\ \alpha,\ \beta,\ \lambda)| \leqslant C_i |u' - u''|,$$

où les fonctions C dépendent de α et λ.

Considérons l'opération

$$v = O(u) = f\Big(u,\ \lambda,\ \alpha,\ \int_{B_1} \ldots \int_{B_n} \ldots\Big).$$

On a alors

$$|O(u') - O(u'')| \leqslant \sum A_i |\gamma_i' - \gamma_i''| + B|u' - u''| \leqslant$$
$$\leqslant \sum A_i \int_{B_i} |K_i(u',\ \alpha,\ \beta,\ \lambda) - K_i(u'',\ \alpha,\ \beta,\ \lambda)|\, d\beta + B|u' - u''| \leqslant$$
$$\leqslant \sum A_i \int_{B_i} C_i(\alpha,\ \lambda)|u' - u''|\, d\beta + B|u' - u''|.$$

Supposons maintenant, que les fonctions $\{u(x)\}$ parcourent un certain ensemble dans un espace complet et normé et que la distance

$$\rho(u_1, u_2) = \| u - \varphi \|$$

(norme de la différence). Supposons d'ailleurs qu'on a la relation suivante entre l'intégrale et la norme d'une fonction

$$\left| \int f \, dx \right| \leqslant M \| f \|.$$

Cette condition est toujours vérifiée pour les espaces normés que l'on considère d'habitude.

En tenant compte de cette relation et du fait que la norme d'une somme est inférieure ou égale à la somme des normes, on a

$$\rho[O(u'); O(u'')] = \| O(u') - O(u'') \| \leqslant$$

$$\leqslant \sum A_i' C_i M_i' \| u' - u'' \| + B \| u' - u'' \| \leqslant \left(\sum A_i C_i M_i' + B \right) \rho(u', u'').$$

Il en résulte que la solution de l'équation considérée existe si l'opérateur $O(u)$ transforme chaque point d'un certain espace complet et normé dont la norme vérifie la condition

$$\left| \int f \, dx \right| \leqslant M \| f \|$$

en un point du même espace, si les conditions de Lipschitz sont verifiées et si d'ailleurs

$$\left| \sum A_i C_i M_i + B \right| \leqslant d < 1.$$

En considérant les cas particuliers des espaces L^p et C on obtient, par exemple les théorèmes d'existence suivants:

Théorème 1. Si les fonctions f et K_i sont continues par rapport à α, λ et β et vérifient les conditions de Lipschitz par rapport à $u, \gamma_1, \ldots$ $\ldots, \gamma_n, \ldots$, si d'ailleurs la condition (1) est vérifiée, l'équation $u = f(\ )$ admet une solution unique, que l'on obtient par la méthode des itérations. Ces itérations convergent d'ailleurs uniformément vers la solution de l'équation.

Théorème 2. Si f et K_i vérifient les conditions de Lipschitz par rapport aux variables $(u, \gamma_1, \gamma_2 \ldots \gamma_n \ldots)$, si les fonctions A_i, C_i, $f(0, \alpha, \lambda, 0, \ldots, 0 \ldots)$ sont à p sommables et les $K_i(0, \alpha, \lambda, \beta)$ sont bornées, si l'on a d'ailleurs

$$\sum_{i=1}^{\infty} M_i \int (A_i C_i)^p \, d\alpha \operatorname{mes} B_i + B \leqslant d < 1$$

alors l'équation $u = f(\ )$ admet une solution unique. Cette solution peut être obtenue par la méthode des itérations, et les itérations convergent en moyenne vers la solution.

Il est clair que les systèmes d'équations intégrales peuvent être traités de la même manière.

Moscou.

Manuscrit reçu
le 23. II. 1937.

LITTÉRATURE CITÉE

[1] Schmidt, Math. Ann., **65**, 4; Hammerstein, Acta Mathem., **54**. (1930); Urysson, Rec. Math., **31**, 2; Smirnov, C. R. Acad. Sci. URSS, III, 5 (1936).
[2] Niemytzki, Rec. Math., **41**, 4.

Comptes Rendus (Doklady) de l'Académie des Sciences de l'URSS
1937. Volume XV, № 1

MATHÉMATIQUES

LE PROBLÈME LIMITE POUR L'ÉQUATION AUX DÉRIVÉES PARTIELLES DU TYPE HYPERBO-PARABOLIQUE

Par N. PISKUNOV

(Présenté par. I. M. Vinogradow, de l'Académie, le 27. II. 1937)

Dans ce travail nous considérons l'équation suivante:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x_1^2} - \frac{\partial^2 u}{\partial y_1^2} = \frac{\partial u}{\partial t}. \tag{1}$$

Le théorème suivant a lieu pour cette équation.

Théorème 1. *Le problème de Cauchy pour l'équation* (1), *quand les données de Cauchy pour* $t = 0$ *ne sont pas analytiques, ou n'a point de solution ou bien, si l'équation* (1) *a une solution, cette solution n'est pas unique.*

En changeant les variables dans (1) on obtient:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} = \frac{\partial u}{\partial t}. \tag{1'}$$

Pour cette équation nous avons démontré le théorème suivant.

Théorème 2. *Si sur les plans* $x = 0$, *pour* $0 \leqslant y \leqslant b$, $t_0 \leqslant t \leqslant t_1$, *et* $y = 0$, *pour* $0 \leqslant x \leqslant a$, $t_0 \leqslant t \leqslant t_1$, *sont données des fonctions* $\varphi_2(y, t)$ *et* $\varphi_1(x, t)$ *qui ont dans ces domaines des dérivées continues par rapport à* y *et* x *et qui sont les fonctions de la seconde classe par rapport à* t, *et outre cela* $\varphi_1(0, t) = \varphi_2(0, t)$, *alors l'équation* (1') *possède une solution ayant aux limites les conditions:*

$$\begin{aligned} U(0, y, t) &= \varphi_2(y, t), \\ U(x, 0, t) &= \varphi_1(x, t). \end{aligned} \tag{2}$$

De même nous avons établi que cette solution est la fonction de la seconde classe par rapport à t et qu'il n'existe aucune autre fonction de la seconde classe, par rapport à t, qui aurait satisfait à l'équation (1') et les conditions (2).

Il dérive de ce théorème que, si nous avons une solution qui est la fonction de la seconde classe par rapport à t, pour celle-là les fonctions données φ_1 et φ_2 seront absolument des fonctions de la seconde classe par rapport à t.

Plus loin nous allons établir le théorème de l'unicité pour l'équation (1').

Théorème 3. *La solution de l'équation* (1′) *ayant aux limites les conditions* (2) (*dans le domaine* $0 \leqslant x \leqslant a,\ 0 \leqslant y \leqslant b,\ t_0 \leqslant t \leqslant t_1$) *est unique.*

Pour démontrer ce théorème nous supposons que $\varphi_1 = 0$ et $\varphi_2 = 0$ et en même temps nous admettons que $U(x, y, t)$ n'est pas nulle.

Réduisons cette fonction $U(x, y, t)$ de la manière suivante:

$$\overline{U}(x, y, t) = \frac{1}{I_\rho} \int\limits_{r^2=(x-\xi)^2+(y-\eta)^2+} \int\limits_{-(t-\tau)^2 \leqslant \rho^2} \int U(\xi, \eta, \tau)\, e^{\frac{r^2}{r^2-\rho^2}}\, d\nu, * \qquad (3)$$

où

$$I_\rho = \int\limits_{r^2 \leqslant \rho^2} \int\int e^{\frac{r^2}{r^2-\rho^2}}\, d\nu\ ,\quad \rho = \text{const.}$$

La fonction $\overline{U}(x, y, t)$ que nous avons obtenue est déterminée maintenant dans le domaine $x \leqslant a - \rho,\ y \leqslant b - \rho,\ t_0 + \rho \leqslant t \leqslant t_1 - \rho$ et satisfait dans ce domaine l'équation (1′). D'après notre construction $\overline{U}(x, y, t) = 0$ pour $x \leqslant -\rho,\ y < b;\ y \leqslant -\rho,\ x < a$.

Nous avons démontré que $\overline{U}(x, y, t)$ est la fonction de la seconde classe par rapport à tous les arguments.

Maintenant d'après le théorème (2) nous avons obtenu que la fonction $\overline{U}(x, y, t)$ est identiquement nulle. Nous allons voir que $U(x, y, t)$ aussi est identiquement nulle parce que ρ dans la formule (3) est arbitraire.

Théorème 4. *Il peut arriver que l'équation* (1′) *n'aura aucune solution, bien que les fonctions données* $\varphi_1(x, t)$ *et* $\varphi_2(y, t)$ *soient dérivables k fois par rapport à t* (*k est un nombre fini*).

Nous allons démontrer ce théorème de la façon suivante.

Soit U_1 une solution, déterminée par les fonctions $\varphi_1(x, t)$ et $\varphi_2(y, t)$, ayant k dérivées par rapport à t dans le domaine $0 \leqslant y \leqslant b,\ T_1 \leqslant t \leqslant T_2$ et $0 \leqslant x \leqslant a,\ T_1 \leqslant t \leqslant T_2$. Cette solution est déterminée dans le domaine $A,\ 0 \leqslant x \leqslant a,\ 0 \leqslant y \leqslant b,\ T_1 \leqslant t \leqslant T_2$.

Considérons encore une solution $U_2(x, y, t)$, determinée par les fonctions données:

$$f_1(x, t) = \begin{cases} \varphi_1(x, t) \text{ pour } t_1 \leqslant t \leqslant T_2 \text{ (le domaine } A') \\ \psi_1(x, t) \text{ pour } T_1 \leqslant t \leqslant t_1 \text{ (le domaine } A'') \end{cases}$$

où $\psi_1(x, t)$ est la fonction de la seconde classe par rapport à t et outre cela pour $t = t_1$ a lieu l'égalité

$$\varphi_{1t}^{(i)}(x, t_1) = \psi_{1t}^{(i)}(x, t_1) \cdot \qquad (i = 1, 2, \ldots, k).$$

Déterminons la fonction $f_2(y, t)$ analogiquement.

Envisageons maintenant $U_2(x, y, t)$, pour $t = t_1$, comme une solution dans le domaine A' et dans le domaine A'', nous verrons qu'elle satisfait à la correlation:

$$\left| \frac{\partial^{2p} U_2}{\partial x^p\, \partial y^p} \right| \leqslant \frac{M\,(2p)!}{\rho_1^{\,p}}\ .$$

Donc $U_1(x, y, t)$ est la fonction de la seconde classe par rapport à t, ce qui prouve le dit théorème.

Institut mathématique V. A. Stekloff.
Académie des Sciences de l'URSS.
Moscou.

Manuscrit reçu
le 27. II. 1937.

* Cette déduction était employée par S. L. Sobolev dans son travail «La diffraction des ondes sur les surfaces de Riemann».

' omptes Rendus (Doklady) de l'Académie des Sciences de l'URSS
1937. Volume XV, № 1

ASTRONOMY

AN APPARATUS FOR QUICK AND ACCURATE REDUCTION OF SELF-REGISTERING MICROPHOTOMETER RECORDS

By E. J. PEREPELKIN

(Communicated by S. I. Wawilow, Member of the Academy, 13. II. 1937)

When measuring the traces on the self-registering microphotometer, the contour under measurement is resolved into a series of points presenting this contour in full detail. On this record are marked first the positions of the trace of total darkness (zero-point of the galvanometer) and that of the plate background. For this purpose, one registers those parts which were not exposed to light. Further on, one measures the rectangular coordinates of all the points into which the contour in question has been resolved.

The difference in ordinates h of some point on the contour and the trace of darkness, expressed in parts of distance H between the darkness and background lines, is the argument by which the intensity corresponding to this point on the contour is determined.

Intensity is estimated from the characteristic curve graphically connecting darkenings of the plate indicated by galvanometer deflections h (in H units) with the intensity of light causing these darkenings. Finally, the intensity curve is plotted on millimeter paper by individual points. This procedure is used in the case when one wants to obtain the contour in logarithms of intensity or in stellar magnitudes. The above described usual procedure takes much time and is exceedingly tiresome.

Numerous authors have proposed designs of apparatus simplifying the intermediate computations. However, all of these apparatuses required the resolution of the contour into points (1). At the end of 1934, K. Haberl constructed an apparatus allowing to draw automatically the contour under measurement in intensity units, provided the characteristic curve is given. This curve should be cut out of a thin aluminium tin-plate (2).

When measuring with this apparatus, one contours the measured traces of the microphotometer records with a needle. A great disadvantage of this apparatus is that the characteristic curve is suitable only to a given plate and its registration, which is characterized by the galvanometer deflection H of the background traces.

As early as 1933, the present writer began his work on the design of an apparatus for accurate automatic measurements of microphotometer records. In October of 1933, at the meeting of the Astrophysical Section of the Poulkovo Observatory, he reported on the design of this instrument. By the

present time, this apparatus named «microphotograph» has been constructed and tested and is ready for regular work.

The microphotograph is based upon the principle of anamorphosis of the ordinates scale of the self-registering microphotometer record as applied in nomography. If we divide this record in the ordinate axis into points corresponding to the successive rounded intensity values, it may be easily observed that the distance between the points is not uniform. Near the background trace and, more especially, close to the trace of darkness, this distance will be small as compared with similar distances in the middle part of the record. The microphotograph transforms the non-uniform scale of intensities on the microphotometer record into a uniform scale divided into points distri-

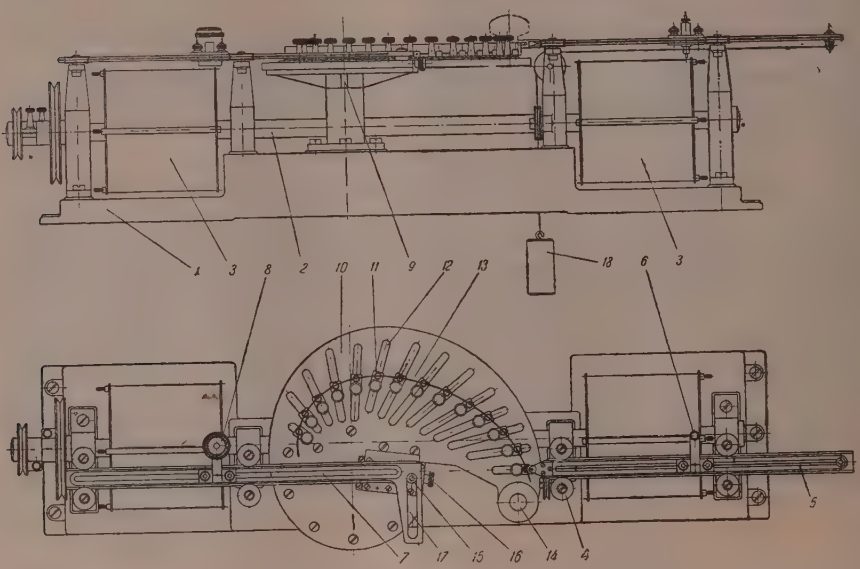


Fig. 1.

buted at equal distances from one another. The scale of abscissae in this case undergoes no changes. By means of this apparatus, the curve of the microphotometer record is retraced in full detail into the curve of intensity.

No doubt, the microphotograph is unable to smooth the whole scale of ordinates of the microphotometer records. However, it reduces without difficulty the working part of the plates whose density of darkenings ranges from 0.0 to 1.7. It should be mentioned that the density 1.7 on the microphotometer record corresponds to a deflection h of only 2 mm at $H=100$ mm.

The principal parts of the apparatus are: a crank coulisse gear with an infinite connecting rod and a cam mechanism with a roller sliding on a curved steel band. Fig. 1 presents the general design of the apparatus in two projections: the lateral one and that from above.

The cast base-plate *1* carries four bearings through which there passes a revolving steel shaft *2* with cylinders *3* on its ends. On the left cylinder is fixed the microphotometer record, while on the right is fixed a sheet of millimeter or white paper. Shaft *2* together with the cylinders is set into slow motion through the reductor by means of an electric motor whose speed is

regulated by a rheostat. Pencil *6* moves along the generatrix of the right cylinder and traces the curve of intensity on the paper. This pencil is fixed on guide bar *5* passing from left to right between four guiding rollers *4*. The magnifying glass *8* fixed on bar *7* moves along the generatrix of the left cylinder and also passes between the four guiding rollers. In the lower part of the case supporting the magnifying glass is set a glass plate with a cross cut on its surface.

Axis *9* is mounted perpendicularly to shaft *2*. On its upper end is fixed the disk *10* with fourteen radial notches 12. In the latter move slide-blocks *11* fixed in the notches with clamping screws. In slide-blocks *11* are inserted special pins with notches into which is placed a flexible steel band *13*. By shifting slide-blocks *11* in the notches of disk *10*, this band can be curved and then fixed.

Crank pin *15* moves in a special notch on disk *10*. Its distance from axis *2*, regulated by screw *16*, is variable and is read from a special scale. Crank pin *15* can easily slide in notch *17* in the right part of guide bar *7*. When disk *10* is revolved by means of handle *14*, this crank pin pushes guide bar *7* shifting together with it the magnifying glass *8*. In this way, by rotating shaft *2* and disk *10*, we can set the cross of the magnifying glass on any part of the curve of the microphotometer record.

The left part of bar *5* has on its end a roller running on steel band *13* and constantly pressed close to it. For this purpose, the right end of bar *5* carries the end of a rope passing over a series of blocks and ending in weight *18* suspended from it. When disk *10* is revolving, the roller follows the curvature on the steel band and shifts pencil *6*. In such a manner, the linear displacements of magnifying glass *8* are transformed into revolutions of disk *10* and—through band *13*—again into linear displacements of pencil *6*. By varying distance r of crank pin *15* from axis *9* and the curvature of the steel band, one is able to alter the law of transformation of the motion of the magnifying glass *8* into the displacement of pencil *6*. The choice of distance r depends on the galvanometer deflection H during the registration of the background. r is proportional to H. In our case, the proportionality coefficient was equal to 0.55.

The curvature of the steel band depends on the form of the characteristic curve of the plate under investigation, while distance r is connected with the conditions under which this plate was registered, i. e., the incandescent lamp of the microphotometer, the area of its slit, and so on. If the registration of the plate gave the value of H different from that obtained in registering the intensity marks used for plotting the characteristic curves, only distance r should be correspondingly changed. No changes in the curvature of the steel band need to be introduced to allow for the influence of the change of H. This property of our apparatus seems to be of considerable practical importance.

The required curvature of the steel band is ensured in the following way. The microphotometer record is divided into points corresponding to the successive rounded values of intensity. Using the measured distance H, one determines distance r of crank pin *15* from axis *9*. The linear dependence of H upon scale of distance r is determined for the apparatus once for ever. The magnifying glass is fixed so that at the extreme turn of disk *10* the cross of the magnifying glass is above the trace of the background. When the cross of the magnifying glass is set on the trace of the background, pencil *6* is placed opposite the line corresponding to the intensity 0. For the sake of convenience, axis *9* may be fixed with a special stop screw which is not shown in Fig. 1.

Turning disk *10* further, we set the cross on the point of the microphotometer record corresponding to the intensity 1. The pencil will shift without hitting point 1 on the uniform scale of the right cylinder *3*. By shifting in its notch slide-block *11* fixed opposite the roller we shift (together with steel band *13*) pencil *6*, setting it just on point 1. Then we pass to point 2 of both cylinders. For this purpose a new section of the steel band should be curved so as to effect a simultaneous setting of the cross and the point of the pencil on marks corresponding to the intensity 2, and so on.

Fig. 2.

If desirable, the steel band may be curved to a second approximation. Two approximations are quite sufficient. All the procedure of curving the steel band takes 5—10 min., the curving being accurate to within 0.2 mm. When the band is adjusted, the curve of the microphotometer record is retraced. The electric motor is switched on and the cylinders *3* start revolving slowly. When turning disk *10*, the operator should always be careful to keep the middle of the cross of the magnifying glass on the curve of the microphotometer record. Meanwhile the point of pencil *6* is continually tracing the curve of intensity on the paper of the right cylinder. The accuracy of plotting the intensity curve is so high that the curves traced by two individual observers coincide to within 0.2 mm.

The apparatus described above permits a quick and accurate tracing of intensity contours, all the operation taking 5 or 10 times as little time as it is usually the case when drawing the contours by points. Our apparatus also allows to draw the contour in logarithms of intensity, as well as in stellar magnitudes.

Fig. 2 presents the above apparatus as constructed at «Etalon» Works, Leningrad, and designed by A. V. Goerz and M. K. Yarotskaya.

If necessary, this apparatus can be adjusted for direct measurements of the areas of intensity contours. For this purpose, the guiding point of the planimeter should be connected with the pencil.

The author of the present paper is under obligation to M. L. Frank and N. G. Ponomarev for their valuable advice in the course of designing this apparatus.

Poulkovo Observatory.

Received
13. II. 1937.

REFERENCES

[1] Th. Dunham jr., Publ. Astronom. Soc. Pacific, **45**, 204—205 (1933);—G. O, Langstroth, Rev. Scient. Instrum. **5**, 255—256 (1934);—R. J. Kipp a. Zonen, The General Catalogue. Sec K, 67—68 (1935). [2] K. Haberl, Phys. ZS., **36**, 59—61 (1935).

Comptes Rendus (Doklady) de l'Académie des Sciences de l'URSS
1937. Volume XV, № 1

PHYSICS

A COMPARISON OF ABSORPTION AND FLUORESCENCE SPECTRA OF ANTHRACENE IN DIFFERENT STATES OF AGGREGATION

By A. A. ŠIŠLOVSKIJ (SHISHLOVSKY)

(Communicated by S. I. Wawilow, Member of the Academy, 10. II. 1937)

1. A number of paper published in recent years deal with the influence of molecular collisions on the distribution of energy in the fluorescence spectra of solutions (1). These papers have confirmed the already well known fact that a successive substitution of different solvents only causes the absorption and fluorescence spectra of solutions to be displaced as a whole along the scale of wave lengths, without changing their aspect (2), and that the structure of the fluorescence spectrum of a solution is independent of the wave length of the exciting light. This latter fact induced A. Jablonski(3) to advance (in 1932) certain theoretical considerations as to the role of the medium whose molecular influence is manifested in the constancy of spectra of low-viscosity solutions, the effect of the medium being to scatter the excess of energy, irrespective of its magnitude, when short-wave excitation is substituted for long wave excitation. It was of interest, in this connection, to carry out a consistent comparison of absorption and fluorescence spectra of the same substance in different states of aggregation, and, more especially, to compare the spectra of solutions with the spectra of rarefied vapour. To do this was the object of this work.

We know as yet only a limited number of suitable objects of investigation, i. e., of substances fluorescing in different states of aggregation. A classical example is anthracene ($C_{14}H_{10}$), and our first experiments were made with anthracene. This substance had been studied before (4), but it had never been investigated with completeness, and the investigations so far made did not answer the above purpose.

2. The Spectra of Anthracene, in Vapour, in Solutions and in the Crystalline State. The absorption spectra of anthracene vapour and solutions were obtained photographically, by the V. Henri-K. Schaefer method (5) with a spectrograph of medium resolving power.

Both concentration and thickness of vessel varied within the same range in either case. The measurement results are represented graphically in Fig. 1, curve A being the absorption spectrum of the anthracene solution, curve A'' the absorption spectrum of anthracene vapour. The marks below line K, Fig. I, A', indicate the position of the centres of absorption bands

due to crystalline anthracene, as shown by literature data. These results have also been tabulated (Table 1).

Table 1

Comparison of Positions of Maxima in Anthracene Absorption Spectra

Data of	States of aggregation	Scale of wave lengths λ in mμ					
S. Copper and J. K. March	Crystalline	377	358	341	325	—	—
Obreimow and Prichotjko	»	(393) 371	353	337	—	—	—
V. Henri	Solution	375	355	338	326	293	279
Writer	»	377	358	341	328	291	279
»	Vapour	364	351	333	313	286	274
		Frequencies scale $\frac{1}{\lambda}$ cm^{-1}					
S. Copper and J. K. March	Crystalline	2 655	2 795	2 935	3 075	—	—
Obreimow and Prichotjko	»	(2 543) 2 692	2 831	2 969	—	—	—
V. Henri	Solution	2 667	2 813	2 956	3 066	3 415	3 576
Writer	»	2 651	2 790	2 928	3 045	3 435	3 580
»	Vapour	2 745	2 850	3 003	3 198	3 502	3 645

We give below the conclusions that may be drawn from a comparison of the absorption spectra of anthracene as measured by the writer and as described in literature.

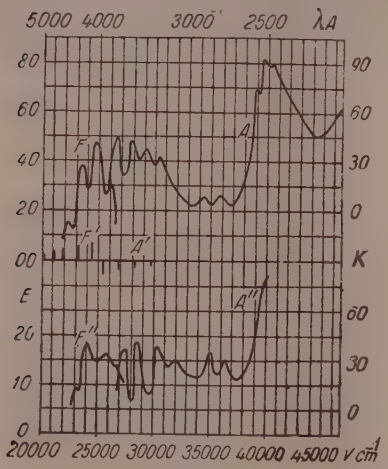


Fig. 1.

a) The spectra of absorption of anthracene in varying states of aggregation preserve an outward resemblance.

b) The spectra become displaced with regard to one another towards the long-wave end of the spectrum on transition from vapour or solution to a solid crystalline state.

c) According to Obreimow and Prichotjko, each of the nearer absorption bands of anthracene vapour may be split up into two or more bands. A similar appearance is presented by the absorption spectra of crystalline anthracene at low temperatures.

d) The relative intensity of absoption bands in vapour differs from that observed in solutions.

3. Distribution of Energy in Fluorescence Spectra of Anthracene Vapour and Solutions. The measurement of the distribution of energy in fluorescence spectra was made photographically, by comparing the blackening in the fluorescence

spectrum with the marks of the spectrum of a source of a known spectral distribution of energy, obtained on the same plate and at the same exposure. The excitation was produced by the 405—313 mμ region, through an F. S.-2 JZOS* filter, the maximum of transmission being in the region of the 366 mμ mercury line.

The results are shown graphically in Fig. 1, curve F being the fluorescence spectrum of the anthracene solution, and curve F'', the spectrum of fluorescence of anthracene vapour. The marks F' above line K, Fig. 1, indicate the position of the centres of crystalline anthracene fluorescence bands.

Moreover, all the data regarding the fluorescence of anthracene have been tabulated (Table 2).

Table 2

Comparison of Positions of Maxima in the Bands of Fluorescence Spectra of Anthracene, in Various States of Aggregation

Data of	State of Aggregation	Scale of wave lengths λ in mμ						Scale of frequencies $\frac{1}{\lambda}$ cm^{-1}					
Dowell	Crystalline	—	—	425	449	474	498	—	—	2 353	2 224	2 107	2 008
Obreimov and others	»	—	409	434	461	475	495	—	2 444	2 304	2 169	2 105	2 020
Dowell	Solution	—	403	425	450	481	—	—	2 481	2 353	2 222	2 079	—
Writer	»	383	405	422	447	—	—	2 611	2 469	2 367	2 234	—	—
Elston	Vapour	—	390	415	432	—	—	—	2 564	2 409	2 315	—	—
Writer	»	375	390	410	432	—	—	2 667	2 564	2 439	2 315	—	—

A comparison of the above data on the fluorescence of anthracene would suggest the following conclusions:

a) The spectra of fluorescence of pure anthracene and those of anthracene in various states of aggeregation preserve an outward resemblance. They consist of four main bands.

b) The spectra are shifted with respect to one another towards the long wave length end, like absorption spectra, if crystals are substituted for vapour and solution.

c) In the fluorescence spectra of anthracene vapour, the bands are much more blurred than they are in the fluorescence spectra of anthracene solutions.

d) The distribution of energy in the fluorescence spectra of anthracene is different in its different states of aggregation.

4. Fluorescence Spectra of Anthracene due to Monochromatic Excitation. The dependence of spectra of anthracene vapour on the wave length of the exciting light was studied with a quartz mercury lamp, a Leitz monochromator and a 1:0.5 spectrograph made by the State Optical Institute.

The vapour was sublimated in a double quartz vessel as designed by Wood, both parts of the vessels having an independent electric heating.

The pressure of vapour used was so low (in order to ensure that the time of collisions between the molecules should exceed by far the duration of the excited states of the anthracene molecule in vapour, which is of the order

* The Izyum Optical Glass Works.

of $\sim 1 \cdot 10^{-9}$ sec.) that, when excited by the mercury resonance line, the luminescence of the vapour had an intensity approaching the threshold value of a dark-adapted eye. And it was down to that value that the luminescence of anthracene vapour due to an excitation by 366 and 313 mμ had been reduced by the weakening of the exciting beam with photometric gratings. By screening the slit of the spectrograph, three spectra were obtained on one of the plates, one below the other. The microphotographs of these spectra are shown in Fig. 2. The relative distribution of energy in the fluorescence spectra of the anthracene solution was studied in the same conditions as its distribu-

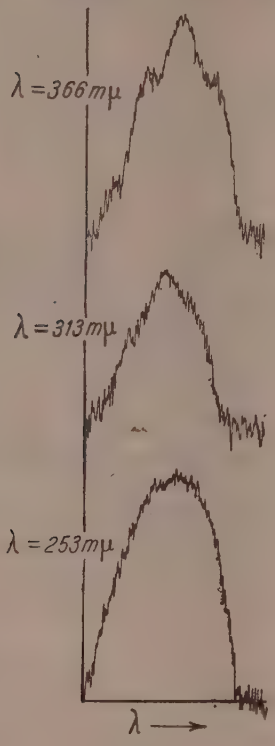


Fig. 2.

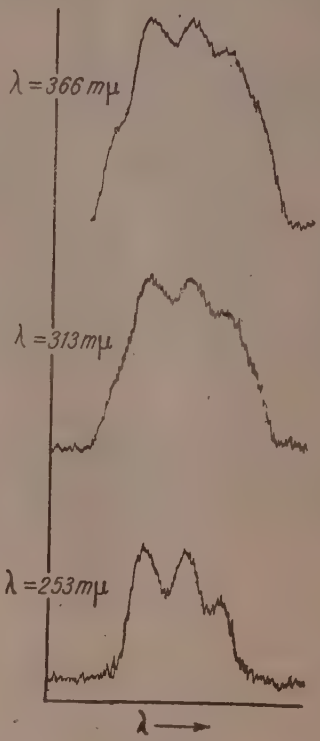


Fig. 3.

tion in vapour spectra, the excitation being due to wave lengths 366, 313 and 253 mμ, respectively. An alcohol solution of anthracene of a concentration of $2 \cdot 10^{-4}$ g cm^{-3} was poured into a plane-parallel glass cell of crystalline non-fluorescent quartz. The spectrographing was done on the same side of the glass cell as the excitation, at an angle of 45° to the direction of the exciting beam. The microphotograms of the blackenings are shown in Fig. 3.

In identical conditions were obtained spectra of fluorescence of crystalline anthracene due to monochromatic excitation. Anthracene vapour was condensed into minute crystals on a plate of crystalline quartz. The plate was then placed in the position formerly occupied by the glass cell containing the solution, whereafter spectra due to excitation by the above wave lengths were obtained.

The following conclusions may be drawn from a comparison of the dependence of fluorescence spectra of anthracene on a wave length of the exciting light in various states of aggregation:

a) The substitution of short-wave excitation for the long-wave one causes the fluorescence spectra of rarefied anthracene vapour to become considerably deformed, to lose their characteristic 4-line structure and to merge into one continuous spectrum, which, however, retains its general position on the wavelength scale.

b) The fluorescence spectrum of alcohol solutions of anthracene preserves both its shape and the relative intensity values of the bands.

c) The fluorescence spectrum of pure crystalline anthracene behaves practically in the same way as that of anthracene solutions.

With a view to a better and fuller understanding of the part played by the medium in fluorescence phenomena, it is imperative to study not only the spectra, but also all the other properties of fluorerscence, such as the duration of the excited state and polarization. Not only anthracene, but also other substances are to be used in these investigations.

A number of such substances have already been found by us. Contrary to the conclusions of Königsberger and Küpferer([6]), who, in 1912, vainly sought for luminescence in the vapour of organic dyestuffs, we succeeded in exciting luminescence in the vapour of such typical dyestuffs as Fluoresceine, Rhodamine B, Roduline Orange, etc. Of great interest is the fact that the very first spectra of fluorescence of vapour obtained, and more especially those of Fluoresceine and Roduline, have proved to be very similar in aspect to the spectra of those substances in solutions.

The above investigations were made on the suggestion of S. I. Wawilow, and I take this opportunity of expressing my profound gratitude for the consistent interest he took in my work.

Luminiscence Laboratory.
State Optical Institute.
Leningrad.

Received
10. II. 1937.

REFERENCES

[1] A. Jabloński, C. R. Soc. Pol. Phys., **7**, I (1926); J. Starkiewicz, C. R. Soc. Pol. Phys., IV, 73 (1929); L. Tumermann, C. R. Acad. Sci. URSS I, 473 (1935); E. Lommel, Wied. Ann., **8**, 244 (1879); L. Nichols u. E. Merritt, Phys. Rev., **18**, 403 (1904). [2] P. Margulies, Acta Phys., Pol., **3**, 373 (1934); V. L. Lewschin, Acta Physicochimica USSR, **1**, 682 (1934); **2**, 211 (1935). [3] A. Jabloński, ZS. f. Physik, **73**, 460 (1932). [4] J. Hartley, Journ. Chem. Soc., **39**, 162; O. Knoblauch, Wied. Ann., **54**, 192; T. S. Elston, Astrophys. Journ., April (1907); L. S. M'Dowell, Phys. Rev., **26**, 155 (1908); S. Copper a. J. K. March, Journal Amer. Chem. Soc., **47**, 2847 (1925); I. Obreimov u. L. Prichotjko, Sow.Phys., **1**, 203 (1932); Sow. Phys., **9**,34(1936). [5] V. Henri, Phys. ZS., **14**, 515 (1913); K. Schaefer, ZS. f. angew. Chemie, **33**, 25 (1920). [6] J. Königsberger und K. Küpferer, Ann. d. Phys., **37**, 601 (1912).

Comptes Rendus (Doklady) de l'Académie des Sciences de l'URSS
1937. Volume XV, № 1

PHYSIQUE

SUR L'APPLICATION DE LA MÉTHODE DE TOEPPLER À LA MESURE DE L'ABSORPTION DES ULTRA-SONS DANS LES LIQUIDES

Par F. A. KOROLEV (KOROLEFF)

(Présenté par L. I. Mandelstam, de l'Académie, le 27. II. 1937)

On sait que les méthodes optiques peuvent être appliquées avec succès à l'étude des ondes ultra-sonores. En particulier, la méthode de Toeppler (méthode du champ obscurci) trouve une application dans l'étude qualitative du champ ultra-sonore ainsi que dans la détermination de la longueur d'onde des ultra-sons.

Le but de cette note est de signaler qu'il est possible d'appliquer la méthode de Toeppler à la mesure de l'absorption des ultra-sons dans les liquides; des résultats préliminaires sont donnés pour des mesures de l'absorption dans la benzène.

Les mesures étaient effectuées de la façon suivante.

On excitait une onde progressive dans le liquide à l'aide d'un quartz, comme de coutume. L'image de cette onde était obtenue par la méthode de Toeppler et photographiée. On n'usait pas de stroboscope et par conséquent le noircissement de la plaque dépendait de l'intensité moyenne de l'onde ultra-sonore dans chaque point et décroissait de façon monotone à mesure qu'on s'éloignait du quartz, grâce à l'absorption de l'onde. Des marques d'intensité étaient exposées sur la plaque en même temps que l'onde ultrasonore. Elles étaient obtenues à l'aide d'un atténuateur à degrés, placé à côté de la cuvette qui contenait le liquide sur le chemin du même faisceau lumineux qui servait à photographier l'onde. On étudiait les négatifs obtenus à l'aide d'un microphotomètre et l'on déterminait d'après les marques d'intensité l'intensité de la lumière dans l'image de la colonne ultra-sonore en différents points dans la direction de propagation de l'onde. Dans nos conditions (petites amplitudes du son) l'intensité de la lumière diffusée par l'onde ultrasonore, déterminée par la densité de l'image sur la plaque, est proportionnelle au carré de l'amplitude du son:

$$I \sim A^2.$$

On a dans deux points de la colonne ultra-sonore distants de x

$$A = A_0 e^{-\alpha x}$$

α étant le coefficient d'absorption.

Par conséquent, on trouve pour l'intensité de la lumière dans ces deux points:

$$\frac{1}{2} \ln \frac{I}{I_0} = -\alpha x.$$

On obtint de cette façon une série de photographies d'ondes ultra-sonores de fréquences variant entre 10^6 et $3 \cdot 10^7$ Hertz dans le toluène et le benzène.

Le coefficient α, calculé d'après les données photométriques de l'une de ces photographies, obtenue à la fréquence $\nu = 1.707 \cdot 10^7$ Hertz dans le benzène a la valeur $\alpha = 1.88\ \text{cm}^{-1}$, ce qui donne: $\frac{\alpha}{\nu^2} = 647 \cdot 10^{-17}$, valeur coïncidant presque exactement avec celle trouvée par Bajulin (1) par la méthode de diffraction ($\frac{\alpha}{\nu^2} = 640 \cdot 10^{-17}$) pour le même échantillon de benzène.

Ces résultats, à mon avis, permettent de signaler plusieurs avantages que présente cette méthode. D'abord, on peut effectuer des mesures même si l'absorption est grande et si le champ ultra-sonore décroît rapidement quand on s'éloigne du quartz. Ensuite, on voit directement le champ ultra-sonore, ce qui permet de contrôler son uniformité; ceci est très important, car on sait que le quartz donne naissance ordinairement non pas à une onde plane limitée des côtés, mais à un ensemble compliqué de rayons de directions différentes.

On peut espérer que la méthode exposée trouvera aussi son application dans la mesure de l'absorption des ultra-sons dans les gaz. En conclusion, je tiens à exprimer mes remerciements à M. Leontovich et à G. Landsberg pour leurs précieux conseils et leur intérêt constant au cours de mon travail.

Laboratoire d'optique.
Institut de physique.
Académie des Sciences de l'URSS.
Moscou.

Manuscrit reçu
le 27. II. 1937.

LITTÉRATURE CITÉE

[1] P. Bajulin, Phys. ZS. der Sowjetunion, 8, 354 (1935).

Comptes Rendus (Doklady) de l'Académie des Sciences de l'URSS
1937. Volume XV, № 1

CHEMIE

NEBENOXYDATIONSPROZESSE BEI DER REDUKTION VON NITROVERBINDUNGEN DER AROMATISCHEN REIHE

Von K. G. MIZUČ

(Vorgelegt von N. J. Demjanov, Mitglied der Akademie, d. 17. II. 1937)

2. ÜBER DIE EINWIRKUNG VON ZWEIWERTIGEM EISENSALZ AUF ARYLHYDROXYLAMINE

Bei der Reduktion der Nitroverbindungen der aromatischen Reihe in der Umgebung von Halogenwasserstoffsäuren durch Blei, Zink und einige andere Metalle erhält man ausser den Aminen ihre Halogensubstituenten.

In einer früher von mir veröffentlichten Arbeit(1) wurde gezeigt, dass die Anwesenheit von zweiwertigem Eisensalz bei der Reduktion von Nitroverbindungen in einer halogenwasserstoffsauren Umgebung (HF, HCl, HBr) die Bildung von halogensubstituierten Aminen ausschliesst und der Mechanismus dieser Reaktion in der Oxydation des zweiwertigen Eisens durch das sich als Zwischenprodukt bildende N-Halogenamin unter gleichzeitiger Reduktion des N-Halogenamins zu Amin besteht.

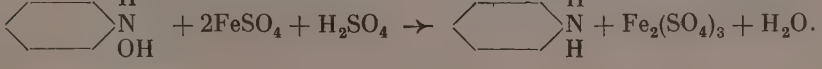
Die vorliegende Arbeit hatte zum Ziel, die festgestellte Gesetzmäsigkeit auch auf einen anderen Oxydationsprozess—die Bildung von Aminooxydverbindungen in Schwefel-, Phosphor- und anderen Säuren—zu erweiteren.

Ein klassisches Beispiel für eine derartige Umwandlung ist die Gewinnung von 4-Aminophenol durch elektrolytische Reduktion von Nitrobenzol. Die Bildung von Aminophenol ist durch die Umgruppierung des Zwischenproduktes der Reduktion des Arylhydroxylamins in eine Aminooxydverbindung unter dem Einfluss der anwesenden Säure zu erklären.

Über den Reaktionsmechanismus der Arylhydroxylamine siehe die Arbeiten von Bamberger (2) und die Erklärungen von Hope (3) und Hickinbottom (4).

In der vorliegenden Mitteilung wird gezeigt, dass die Anwesenheit von zweiwertigem Eisensalz bei der Reduktion von Nitroverbindungen in Schwefelsäure die Bildung von Aminooxydverbindungen scharf herabsetzt. Bei der Reduktion von Nitrobenzol mit metallischem Zinn in verdünnter Schwefel- und Essigsäure wurde bei optimalen Bedingungen für die Bildung von Aminophenol ein Gemisch von Anilin und 4-Aminophenol erhalten, das 77. 5% des letzteren enthielt. Bei der Reduktion von schwefelsauerem Ferrooxyd betrug der Gehalt an 4-Aminophenol im Gemisch nur 15.9%.

Dieser Erscheinung liegt eine Reaktion zwischen Phenylhydroxylamin und zweiwertigem Eisen zugrunde, die von einer Reduktion des Arylhydroxylamins zu Amin unter gleichzeitiger Oxydation des Eisens begleitet wird:



Während der Reduktion wird das dreiwertige Eisen wieder in zweiwertiges reduziert, und somit wird die notwendige Konzentration des letzteren aufrechterhalten.

Die Richtigkeit des vorgeschlagenen Schemas wird bestätigt durch die von uns angegebene Reaktion der Arylhydroxylamine mittels Salze des zweiwertigen Eisens zu den entsprechenden Aminen, während in Abwesenheit von $Fe^{\cdot\cdot}$ das Hauptprodukt der Reaktion Aminooxydverbindungen oder halogensubstituierte Amine sind (Bamberger).

Tabelle 1

Einwirkung verdünnter Schwefelsäure und einer schwefelsaueren Lösung von Ferrooxyd auf Phenylhydroxylamin

No	Mittel	Prozentsatz der ausgeschiedenen Produkte		
		4-Aminophenol	Anilin	Azooxybenzol
1	H_2SO_4	84.79	5.12	10.09
2	$FeSO_4 + H_2SO_4$	1.39	68.39	30.22

Von Interesse ist in den Versuchen mit verdünnter Schwefelsäure die Konstanz des Verhältnisses des ausgeschiedenen Anilins zum Azooxybenzol, das gleich 1 : 2 ist. Dies kann erklärt werden durch einen inneren Oxydations-Reduktions-Zerfall von Phenylhydroxylamin in Anilin und Nitrobenzol:

$$2C_6H_5NHOH \rightarrow C_6H_5NH_2 + C_6H_5NO + H_2O, \quad (5)$$

oder

$$\left.\begin{aligned} C_6H_5NHOH &\rightarrow C_6H_5NO + H_2, \\ C_6H_5NHOH + H_2 &\rightarrow C_6H_5NH_2 + H_2O, \end{aligned}\right\} \quad (6)$$

und nachfolgender Kondensation von Nitrobenzol in Azooxybenzol. Die Zunahme der Azooxybenzolmenge in den Versuchen mit Eisen wird verursacht durch die Oxydation des Phenylhydroxylamins mit dem entstandenen dreiwertigen Eisen zu Nitrobenzol, das dann weiterhin in Azooxybenzol oxydiert.

Ähnlich wie Phenylhydroxylamin bilden die anderen Arylhydroxylamine (*o*- und *p*-Tolylhydroxylamine u. a.) bei der Bearbeitung mit Eisensalzen entsprechende Amine.

Bei der Einwirkung der Halogenwasserstoffsäuren (HF, HCl, HBr) auf die Phenylhydroxylamine sind die Hauptumwandlungsprodukte die Halogensubstituenten des Anilins (4-Halogenanilin mit einer gewissen Menge an 2-Halogenanilin und Dihalogenanilinen) und Aminophenol.

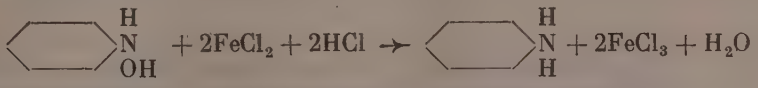
Die Anwesenheit des zweiwertigen Eisensalzes schliesst auch in diesem Falle die Bildung sowohl von Aminooxydverbindungen, wie auch der Halogensubstituenten des Anilins aus.

Tabelle 2

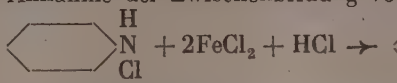
Einwirkung von Salzsäure und einer Salzsäurelösung von Ferrochlorid auf Phenylhydroxylamin

No	Mittel	Prozentsatz der ausgeschiedenen Produkte			
		4-Amynophenol	Chloranilin	Anilin	Azooxybenzol
1	HCl	5.30	87.98	3.61	3.11
2	$FeCl_2 + HCl$	0	0	93.74	6.26

Den Vorgang der hier verlaufenden Reaktion kann man durch das Schema der unmittelbaren Reduktion von Arylhydroxylamin durch zweiwertiges Eisensalz erklären:



unter der Annahme der Zwischenbildung von N-Halogenamin:



Am wahrscheinlichsten ist der gleichzeitige Verlauf beider Reaktionen.

Die ausgesprochene These muss auch auf den Fall der Reduktion der Nitroverbindungen in Halogenwasserstoffsäuren in Gegenwart von $Fe^{\cdot\cdot}$, der in einer früher veröffentlichten Arbeit beschrieben wurde, erstreckt werden.

Die Untersuchung der Wirkung von Schwefelsäure und einer Schwefelsäurelösung von Eisenoxydul wurde bei Bedingungen vorgenommen, die denen in den Arbeiten von Bamberger, wo die optimalen Bedingungen für die Umwandlung von Phenylhydroxylamin in 4-Aminophenol angeführt sind [7], sehr nahe liegen.

1. Einwirkung einer Schwefelsäurelösung auf Phenylhydroxylamin.

0.05 g Mol Phenylhydroxylamin (Schmelzpunkt 82°C) wurden in einen Kolben mit rundem Boden gebracht, der mit einem Rückflusskühler versehen war, und im CO_2-Strom wurden 100 ml der Lösung, die 16.48 g H_2SO_4 enthielt, hinzugegossen. Während der Erwärmung wurde die anfänglich gelbe, trübe Lösung allmählich dunkel und nahm schliesslich eine dunkle kirschrote Färbung an, die klar bei starker Verdünnung der Lösung mit Wasser zu unterscheiden ist. In der Flüssigkeit und im Kühler waren in geringer Menge ölige Tropfen zu bemerken. Der Inhalt des Kolbens wurde in einen Destillationskolben übertragen, 10 ml konzentrierter Schwefelsäure hinzugefügt und dann mit Wasserdampf abdestilliert. Das Kondensat wurde mit Äther extrahiert. Dabei wurde abgeschieden 0.354 g Azooxybenzol (Schmelzpunkt der reinen und gemischten Probe 35—36°).

Der Inhalt des Kolbens wurde nach dem Abdestillieren der Azooxydverbindung mit Ätzkalilösung übersättigt und mit Dampf abdestilliert. Das Kondensat enthielt 0.1797 g Anilin.

Der Alkalirest wurde nach dem Abdestillieren mit Dampf benzolisiert nach Schotten-Baumann. Ausgeschieden wurden 8.65 g vom N. O-Dibenzoilderivat des 4-Aminophenols mit dem Schmelzpunkt der reinen und gemischten Probe 233—235°. Gefunden wurde 2.975 g 4-Aminophenol. Die geringe Ausbeute der Reaktionsprodukte ist dadurch zu erklären, dass das Phenylhydroxylamin während der Einwirkung der Säuren tiefere Umwandlungen durchmacht.

2. Einwirkung einer schwefelsauren Lösung von Eisenoxydul auf Phenylhydroxylamin

0.05 g Mol Phenylhydroxylamin wurde bei den gleichen Bedingungen, wie des vorhergehenden Versuches bearbeitet. 100 ml der Lösung enthielten 40.75 g $FeSO_4 \cdot 7H_2O$ und 16.48 g H_2SO_4.

In den Reaktoinsprodukten wurde gefunden: Azooxybenzol . . 1.083 g,
Anilin . . . . . 2.451 g,
4-Aminophenol . . 0.05 g.

3. Einwirkung von Salzsäure auf Phenylhydroxylamin

Bei der Untersuchung der Umwandlungen von Phenylhydroxylamin in Salzsäure und in einer Eisenchloridlösung, wurden derartige Bedingungen gewählt, die die grössten Mengen an den Halogensubstituenten des Anilins sicherten.

In einem Kolben mit rundem Boden der mit einem Rückflusskühler versehen war, wurden 100 ml 25%-iger Salzsäure bei 70° eingebracht, dann langsam im CO_2-Strom tropfenweise 0.05 g Mol einer bis zu 0° abgekühlten Lösung von Phenylhydroxylamin in 50 ml Eisessigsäure hinzugefügt. Mit zunehmender Verdünnung des Phenylhydroxylamins wurde die Lösung gelb und nahm schliesslich eine hellbraune Färbung an.

In den Reaktionsprodukten wurde gefunden: Azooxybenzol . . 0.153 g,
. . . . . Anilin . . . . . 0.178 g;
Halogenderivate des Anilins, umgerechnet auf: Chloranilin . . . 4.331 g,
. . . . . 4-Aminophenol . 0.261 g.

4. Einwirkung einer Salzsäurelösung von Eisenchlorid auf Phenylhydroxylamin

In einem Kolben mit rundem Boden wurden 100 ml Lösung, die 19 g $FeCl_2$ und 25 g HCl enthielt, eingebracht und bei 70° im CO_2-Strom tropfenweise 0.05 g Mol Phenylhydroxylamin einer bis zu 0° abgekühlten Lösung in 50 ml Essigsäure hinzugegeben.

In Reaktionsprodukten wurde gefunden: Azooxybenzol . . . . 0.248 g,
. . . . . Anilin . . . . . 3.715 g.
Halogen- und Oxydsubstituenten des Anilins wurden nicht gefunden

5. Reduktion von Nitrobenzol durch Zinn in einer Schwefelsäurelösung

In einen 500 ml-Kolben wurden eingebracht 5 g Nitrobenzol, 50 ml Eisessigsäure und 200 ml Lösung, die 66.5 g Schwefelsäure enthielt. Der Inhalt des Kolbens wurde bis zu schwachem Kochen gebracht und nach 18 Stunden wurden 15 g eines dünnen Spans metallischen Zinns hinzugegeben. Nach dem Hinzufügen des Zinns, wurde der Inhalt des Kolbens 2 Stunden lang zum Kochen gebracht.

Gefunden wurde: Anilin . . . . . 0.441 g,
. . . . . 4-Aminophenol . . . 1.523 g.

6. Reduktion von Nitrobenzol durch Zinn in einer Schwefelsäurelösung in Gegenwart von $FeSO_4$.

In den Kolben wurden eingebracht 5 g Nitrobenzol, 50 ml Eisessigsäure und 200 ml Lösung, die 66.5 g Schwefelsäure enthielt, und 20 g $FeSO_4 \cdot 7H_2O$. Die Reduktion wurde ähnlich wie im vorgehenden Versuch vorgenommen.

Gefunden wurde: Anilin . . . . . 1.593 g,
. . . . . 4-Aminophenol . . . 0.302 g.

Analytisches Laboratorium.
Woroschilow Institut
für Halbprodukte und Farbstoffe.
Moskau.

Eingegangen
d. 17. II, 1937.

ZITIERTE LITERATUR

[1] K. G. Mizuč, C. R. Acad. Sci. URSS, I, 5 (1936); J. pr. Ch., **145**, 60 (1936). [2] Eug. Bamberger, B., **33**, 3600 (1900); **34**, 61 (1901); Zbl., I, 19 (1922). [3] E. Hope., J. Soc. Chem. Ind., **53**, 425 (1934). [4] W. J. Hickinbottom, J. Chem. Soc., 1700 (1934). [5] R. Brand, J. Mahr. J. pr. Ch. (2), **131**, 97 (1931). [6] E. Müller, E. Lindemann, ZS. ang. Chem., **46**, 684 (1933). [7] Eug. Bamberger, Ann. Chim., **390**, 132 (1912).

Comptes Rendus (Doklady) de l'Académie des Sciences de l'URSS
1937. Volume XV, № 1

GEOLOGY

THE STRATIGRAPHY OF THE TERTIARY OIL-BEARING BEDS OF THE SOUTH-EASTERN PART OF THE SOVIET SAKHALIN

By I. B. PLEŠAKOV

(Communicated by A. A. Borissiak, Member of the Academy, 17. II. 1937)

Thick tertiary oil-bearing beds are developed in the south-eastern part of the Soviet Sakhalin, from Cape Delisle de la Croyère in the north to cape Niski in the south. These beds have been subdivided by the writer into the following four series, counting from the base upwards.

PALAEOGENE

1. Basal conglomerate, probably resting unconformably on the cretaceous and composed of boulder pebbles of Gretaceous and Palaeozoic rocks. The visible thickness of the conglomerate is 100 m. The type-locality is on the river Langeri 10 km from its mouth.

2. Liukami Series. In its lower part it consists of sand stones and black argillaceous shales with intercalations of conglomerates and carbonaceous shales. The middle and main part of the series is made up of fine-bedded, dark grey, sandy clays containing beds of sands, sandstones with wave-marks, and coal seams up to 0.5 m thick. Fresh water shells, *Unio* and *Viviparus*, are frequently associated with the abundant plant remains. The upper horizons of this series are composed of thin-bedded, dark grey, frequently flaggy, argillaceous shales with intercalations of sand. The aggregate thickness of this series is about 1800 m. The type-locality of the lower part of the series is along the river Bora, 9—11 km from its mouth; that of the middle part—along the river Pilenga at the mouth of its left affluent, the Liukami; and that of the upper part—along the river Khoi, 7—12 km from its mouth.

3. Ratmanovskaya Series. It is built up of interbedded, finely stratified black argillaceous shales and of flaggy sandstones carrying abundant plant remains, with shales prevailing in the lower horizons of the series, and sandstones with wave-marks in the upper ones. At the base of this series, there is a 0.6 m thick coal seam. The sandstones below the coal seam contain shells of *Yoldia djakovi* Slod. The aggregate thickness of the series is 600 m. The type-locality is on the river Vengeri, 2—4 km above its mouth.

This is a first attempt of discriminating between the conglomerates, the Liukami and the Ratmanovskaya series. Formerly, I showed the sediments of these series as belonging to a single, so-called lower coal-bearing series.

4. Muthovskaya Series. This series is formed of uniform, fine-bedded, dark grey, argillaceous and arenaceo-argillaceous shales, locally emitting a petroleum odour. The shales contain calcite pseudomorphs after gaylussite crystals(?), fish scales and sparse remains of molluscs. The thickness of the series is 700 m. The type-locality is on the river Mutnaya, 3—4 km from its mouth.

Of the molluscs from the Mutnovskaya series I have identified the following: *Cardita kovatschensis* Slod., *Cardium* cf. *eugenense* Clark, *Laternula* sp., *Nucula* sp., *Nuculana* sp., *Panope aff. ramonensis* Clark, *Palliolum pedroanus* (Trask) var. *peckhami* (Gabb.), *Yoldia diakovi* Slod., *Y. packardi* (Clark), *Yoldia* sp., *Turritella* sp. This list enables us to refer the Mutnovskaya series to the Upper Oligocene. The Mutnovskaya series can be correlated with some of the series of Sakhalin and Kamchatka. Thus, the lower part of the Pilskaya series of Schmidt Peninsula (3), having a similar lithological composition holds the following molusc species: *Pattiolum pedroanus peckhami*, *Cardita kovatschensis* and *Yoldia djakovi*. The shales series with «gennoishi» of the western coast of Sakhalin (2), in addition to an analogous lithological composition with inclusions of calcite pseudomorphs after gaylussite crystals (the «gennoishi» of the Japanese), carries large numbers of *Cardita kovatschensis*. The Kovachinskaya series of the western coast of Kamchatka(5,6) exhibits a completely analogous lithological composition and contains the same mollusc species: *Palliolum pedroanus peckhami*, *Cardita kovatschensis* and *Yoldia packardi*.

5. Pilenga series. This series is made up of monogenic, fine-bedded, grey, opalized, siliceous shales, bleaching on the surface (re-crystallized diatomites) with remains of diatoms, fish scales, and very sparse molluscs. This series is oil-bearing with a primary character of petroleum manifestations. The visible thickness of the series is about 1300 m. The type-locality is on the seashore at the mouth of the Pilenga and southward of it.

The following molluscs have been identified from the Pilenga series: *Nucula* sp., *Palliolum pedroanus* (Trask) var. *peckhami* (Gabb.), *Phacoides acutilineatus* (Conr.), *Solemya* sp., *Thyasira* sp. The Pilenga series is conditionally referred to the Upper Oligocene by reason of its similarity in facies with the underlying Mutnovskaya series and of the abundant *Palliolum pedroanus peckhami* carried by it. The upper part of the Pilskaya series of Schmidt Peninsula (3), having a similar lithological composition, showing signs of petroleum, and carrying the same mollusc forms: *Palliolum pedroanus peckhami*, *Solemya* and *Thyasira*, is a stratigraphical analogue of the Pilenga series. The Kheislinskaya series of the western coast of Kamchatka(7) is similar the Pilenga series in having an identical lithological composition, in showing traces of petroleum, and in containing the same mollusc species: *Palliolum pedroanus peckhami* and *Thyasira bisecta*.

The monogeneity of the sediments of the Mutnovskaya und Pilenga series, the fineness of the terrigenous material and the insignificant amount of it contained in the siliceous shales of the Pilenga series, the presence of molluscs with fine delicate shells and of the deep-water *Solemya*, all point to the relatively great depth of their deposition. A comparison of these series with their analogues from Sakhalin and Kamchatka shows the strict uniformity and constancy of the lithological composition, facies, and fauna of the Upper Oligocene of the Sakhalin-Kamchatka area. The regional character of the primary petroleum manifestations of the Upper Oligocene is directly associated with the above stated regional constancy in facies. This allows

us to regard the Oligocene as a petroleum-producing formation in the Sakhalin-Kamchatka area.

NEOGENE

6. The Bora series is composed of uniform, compact, stratified sandy clays with numerous pebbles and boulders, with an admixture of tuffaceous material and with beds of vitroclastic tuffs, with spheroidal calcareous concretions up to 4 m in diameter. Large calcite pseudomorphs after gaylussite crystals are of frequent occurrence in the clays. Conglomerate beds with glauconite lie at the base of the series. The clays carry plant remains, diatoms, foraminifera, sponge spicules, corals, ostracods, sea-urchins, abundant mollusc remains, the vertebrae of large fishes and the bones of marine animals. The Bora series is oil-bearing. Its visible thickness is 2500 m. The type-locality is along the lower course of the river Bora.

I have identified the following molluscs from the Bora series: *Acila conradi* Meek, *Cardita ferruginea* Ad, C. *matitukensis* Slod., *C. pacifera* Yok.,*C. yokoyamai* Slod., *C. aff. praeruptensis* Slod., *Cardita* sp., *Cardium californiense* Desh., *C.* (*Serripes*) *groenlandicum.* Gmel., *C. shinjiense* Yok., *C.* cf. *corbis* (Mart.), *Cardium* sp. n., *Corbicula gabbiana* Hend., *Cuspidaria* (*Cardiomya*) cf. *pectinata* (Carp.), *Liocyma beckii* Dall., *Laternula* (*Aelga*) *besshoensis* (Yok.), *Macoma indentata* Carp., *M. indentata* Carp. var. *flagleri*, Ether, *M. nasuta* Conr., *M. optiva* (Yok.), *M.* cf. *vanvlecki* Arn., *Modiolus trigonalis* Slod., *M. wajampolkensis* Slod., *M. wajampolkensis* var. *angulatus* Slod., *Modiolus* sp. I, *Modiolus* sp. II, *Mya arenaria* L. var. *japonica* Jay, *M. crassa* Grew., *Mytilus kamtschaticus* Slod. *M. perrini* Clark, *M.* cf. *edulis* L., *Mytilus* sp. n. I, *Mytilus* sp. n. II, *Mytilus* sp., *Nucula washingtonensis Weawer*, *Nucula* sp., *Nuculana pernula* Müll., *Nuculana* sp., *Pecten* sp. I, *Pecten* sp. II, *Phacoides acutilineatus* (Conr.), *Pododesmus* sp., *Sanguinolaria nuttallii* (Conr.), *S. ochotica* Slod., *Saxicava pholadis* L., *Saxicava* sp. n., *Shizothaerus nuttallii* (Conr.), *Thyasira bisecta* Conr., *Th. disjuncta* Gabb. *var. ochotica* L. Krisht., *Thracia aff. condoni* Dall., *Thracia* sp., *Venericardia kevetscheveemensis* Slod., *Venus* sp. I, *Venus* sp. II, *Yoldia kuluntunensis* Slod., *Y. laudabilis* Yok., *Y. nitida* Slod., *Y. thraciaeformis* (Stor.). *Dentalium directum* Khom., *Crepidula* cf. *princeps* Conr., *Turritella ocoyana* Conr., *T. tokunagai* Yok.

Of the 39 fully identified species 14 are recent forms, i. e., 36 per cent; 2 of the forms, i. e., 5 per cent, belong to species unknown below the Pliocene; 20 of the forms, i. e., 51 per cent, belong to species not extending above the Miocene; half of these last being unknown above the Middle Miocene. This fauna, therefore, determines the age of the Bora series as the Lower and Middle Miocene. There are analogues of the Bora series both in Sakhalin and in Kamchatka. Thus, the series of «clayey sandstones and schistose clays» and the series of «siliceous and clayey sandstones with spheroidal concretions» from Schmidt Peninsula (3) both contain forms in common with the above, namely: *Cardita yokoyamai*, *Laternula besshoensis*, *Modiolus wajampolkensis angulatus*, *Mya crassa*, *Thyasira bisecta*, etc. Comparable with the above are likewise the lithological composition and fauna of the friable series of western Sakhalin. The Mgachinsk series underlying the latter can also be correlated with the Bora series. The Tighilskaya and Vayampolskaya series of the western coast of Kamchatka(6) have the following forms in common with the Bora series: *Laternula besshoensis. Cardita pacifera*, *Cardium shinjiense*, *Corbicula gabbiana*, *Thyasira bisecta*, *Modiolus trigonalis*, *M. wajampolkensis*, *Yoldia nitida*, *Turritella tokunagai*, etc. The Asagai

series of Japan (1) contains the following common forms: *Laternula besshoensis*, *Mya crassa*, *Cardium shinjiense*, *Cardita pacifera*, *Thyasira bisecta*, *Yoldia laudabilis* and *Turritella tokunagai*.

7. Uranaiskaya Series. At its base there lies a packet up to 50 m thick composed of interbedded conglomerates, sand and clays carrying fossil remains of tree leaves and an abundant mollusc fauna. The overlying, main mass of the series is built of uniform, fine-grained sands with sparse mollusc remains. The thickness of the series is 450 m. The type-locality is along the river Malaya Khusa, 2—3 km from its mouth.

Among the molluscs, mainly collected from the lower beds of this series, the following have been identified: *Cardita* cf. *ferruginea* Ad., *Cardita* sp., *C. yokoyamai* Slod., *Cardium californiense* Desh., *C.* (*Serripes*) *groenlandicum* Gmel., *C. aff. quadrigenarium* (Conr.), *Liocyma beckii* Dall, *Macoma indentata* Carp., *Macoma indentata* Carp. var. *flagleri* Ether., *M. nasuta* Conr., *M. optiva* (Yok.), *Mactra* (*Spisula*) *polynyma*, Stimp., *Mya arenaria* L. var. *japonica* Jay, *Nucula* sp., *Nuculana taphria* Dall, *N.* cf. *pernula* Müll., *Saxicava pholadis* Lin., *Tellina lutea* Gray., *Thyasira disjuncta* Gabb. var. *ochotica* L. Krisht., *Yoldia kuluntunensis* Slod., *Y. laudabilis* Yok., *Y. nitida* Slod., *Y. thraciaeformis* (Stor.), *Turritella tokunagai* Yok., *T.* cf. *ocoyana* Conr.

Of the 19 species identified, 6 forms, i. e. 32 per cent, do not extend above the Miocene; 12 species, i. e. 63 per cent, are recent. All the 19 forms are known from the Miocene. This, therefore, determines the ages of the Uranaiskaya series as the Upper Miocene.

8. The Khusi Series, is mainly composed of bluish-grey, stratified, sandy clays abounding in pebbles. A seam of lignite 0.5 m thick and enclosing fossil wood lies at the base of the series. The clays abound in diatoms, which locally appear as the rock-forming material (argillaceous diatomites). The mollusc *Cardium groenlandicum* occurs here and there. The visible thickness of the series is 500 m. The type-locality of this series is along the river Malaya Khusi, 3—7 km from its mouth. This series terminates the section of Tertiary sediments visible here.

All the above described series lie conformably with regard to each other. The marked changes in facies occurring on the boundary between the Bora and Uranaiskaya series are possibly associated with the manifestations in the Pacific ocean of some phases of Alpine folding. All the Tertiary sedimentary rocks of this area are intensely dislocated into folds with overthrusts, with a clearly expressed movement of the rockmasses from west to east. Judging from observations made in the northern part of Sakhalin (4) these dislocations occurred during the period of time between the Middle and Upper Pliocene in the Tartar phase, and more intensely on the boundary between the Pliocene and Pleistocene, in the Sakhalin phase. In the south-eastern part of the Soviet Sakhalin there also occur intense dislocations dating back to the Pleistocene, in the Okhotsk phase. This phase of folding is distinguished by large meridional fractures with asymmetrical uplifts of separate blocks which determine the existing orographical aspect of Sakhalin.

Petroleum Geologico-Prospecting Institute.
Leningrad.

Received
17. II. 1937.

REFERENCES

[1] M. Yokoyama, Journ. Coll. Sci., XLV, Art. 3, Tokyo (1924). [2] А. Н. Криштофович, Геологич. обзор стран Дальн. Востока (1932). [3] И. П. Хоменко, Тр. НГРИ, сер. А, вып. 40 (1934). [4] И. Б. Плешаков, Тр. НГРИ, сер. А, вып. 87(1936). [5] Б. Ф. Дьяков, Тр. НГРИ, сер. А, вып. 83 (1936). [6] В. С. Слодкевич, Тр. НГРИ, сер. А, вып. 79 (1936). [7] И. Б. Плешаков, Годов. отчет НГРИ по работам в Утхолокском районе. Западн. побережья Камчатки летом 1936 г.

Comptes Rendus (Doklady) de l'Académie des Sciences de l'URSS
1937. Volume XV, № 1

GEOLOGY

THE PONTIC ROCKS OF MINGRELIA

By A. G. EBERZIN

(Communicated by A. A. Borissiak, Member of the Academy, 17. II. 1937)

Among the least studied Pliocene formations of Transcaucasia are the Pontic deposits of Mingrelia. The first and briefest reference to these deposits is to be found in the report of Kark and Butov, who mentioned the presence of Pontic rocks in the structure of the Abastumani ridge, between Zugdidi and Novo-Senaki (1). An occurrence of Pontic clays in the environs of Hopi village is also mentioned by N. M. Kipiani. At this point, the following fossils were found in bluish clays, with a steep southward dip, near the monastery: *Dreissensia areata* Sen., *Dr. simplex* Barb., *Phyllicardium planum* Desh., *Plagiodacna carinata* Desh., *Limnocardium odessae* Barb., *Cardium abichi* R. Hörn., *Melanopsis* sp., *Neritina* sp., *Valenciennesia* sp. (3). Moreover, the same author observed the occurrence of fossiliferous Pontic clays near Abastumani, above the confluence of Hopi and Chanis-Tskari rivers. At this point, the Pontic clays show a contrary dip, i. e., to the north-east (3). It is a matter for regret that this author does not cite any data as to the fauna to be found in the last mentioned deposit. Finally, V. F. Meffert's geological map shows a considerable extension of Pontic rocks along the northern slope of Abastumani ridge, between Dzhumi and Tsiva rivers. On the southern side of the ridge, the Pontic zone extends into the country round the villages Heta-Nadzhihevi. The text of V. F. Meffert's work states that the Pontic deposits are represented in a littoral arenaceous facies, as a thick series of coarsely stratified brown sands with numerous streaks of pebble conglomerates. Near Abastumani, these deposits have a northward dip of 20—25°.

In the southern limb, near Heta and Hopi river, the Pontic deposits of sands and conglomerates are strongly dislocated and reversed (NE—NNE, dip $\angle$60—80°). Near Nadzhihevi, thin conchiferous streaks (2) were encountered in clays having a steep southward dip (S, $\angle$60°) and underlying the strata of sands and conglomerates. According to the writer's determinations, the fauna they contain is represented by the following species of Mollusca: *Dreissensia escarina* Andrus., *Dr.* sp. ex gr. *rimestiensis* Font., *Monodacna* cf. *pseudocatillus* Barb., *M.* ex gr. *subdentata* Desh., *Prosodacna* sp., *Melanopsis* sp. ex gr. *esperi* Font., which would indicate the Lower Pontus.

All these fragmentary and obviously incomplete data as to the Pontic deposits of Mingrelia do no more than shed a light on the nature of Pontic

fauna of only the southern slope of the Abastumani ridge. No evidence is available as to the fauna of the Pontic deposits of the northern slope of that ridge, or farther north. It is therefore of some interest to cite some data on the Pontic deposits obtained by the writer in determining the samples kindly placed at his disposal by M. F. Dzvelai, the geologist of Gruzneft, and drawn from the district lying to the north of the Abastumani ridge.

The samples examined by the writer were taken from a number of occurrences lying to the south, south-east and east of the town of Zugdidi, which may be classed under three main heads:

1. The village Hetsera district, some $7^1/_2$ km south of Zugdidi. The Pontic deposits of this district are represented by bluish-grey, slightly arenaceous clays containing *Dreissensia denuissima* Sinz., *Dr. simplex* Darb., *Dr. rostriformis* Desh. var. minor Andrus., *Monodacna pseudocatillus* Barb., *Didacna* cf. *Novorossica* Barb., *Prosodacna* cf. *plicato-littoralis* Sinz., *Pr.* sp. (ex gr. *littoralis* Eichw.), *Pr.* n. sp., *Pr.* sp., *Parvivanus widhalmi* Sinz., *Zagrabica* sp., *Lithoglyphus* sp., *Neritina* sp. This fauna, being of the Odessa limestone type, points to the Lower Pontic (Novorossyisk) age of these clays. The uppermost strata of the Lower Pontus are represented by the clays of the subrhomboid horizon opened up along the Zugdidi-Abastumani highway (between the latter point and Hetsera village). The fossils identified in these clays are. *Congeria subrhomboidea* Andrus., *Dreissensia anisoconcha* Andrus., *Didacna* sp., Monodacna(?) sp. In a number of outcrops lying in the same district were found: *Paradacna abichi* R. Hörn (large forms), *Prosodacna* cf. *fischeri* Andrus., *Dreissensia anisoconcha* Andrus., *Zagrabica* sp. which, judging from the presence of large *Paradacna abichi* R. Hörn, *Prosodacna fischeri* Andrus., may belong to the Upper Pontus, traces of which have been identified in the adjacent district.

2. Dzhumi village district (to the north-east of the village, near the confluence of Dzhumi and Kulis-tskari rivers), some $4^1/_2$ km south-east of the town of Zugdidi.

In the Pontic clays of this district have been identified: *Dreissensia anisoconcha* Andrus., *Didacna planicostata* Desh., *D.* cf., *incerta* Desh., *D.* sp. sp., *Plagiodacna carinata* Desh., *Prosodacna* cf. *fisheri* Andrus., *Pr.* sp., *Melanopsis* sp., *Zagrabica* (?) sp. The presence of *Didacna planicostata* Desh., *D.* cf., *incerta* Desh., and *Prosodacna* cf. *fischeri* Andrus., identical with or similar to the typical forms of these species found in Kamyshburun, would warrant the assumption that the clays containing the fauna enumerated above belong to the Upper Pontus (the Bosphorus sub-horizon).

3. The Chakvindzhi village district, about 9 km east of Zugdidi. The Pontic clays of this district contain *Dreisensia anisoconcha* Andrus., *Didacna* cf. *verrucosicostata* Sch., *Monodacna* (?) sp. (fragm.), fragments of *Prosodacna* [of two types: a) an intermediate form between *Prosodacna semisulcata* Rouss. and *Pr. subrumana* Andrus. and b) forms reminiscent of *Prosodacna littoralis* Eichw. s. lato], *Melanopsis* sp. ex gr. *acicularis* Fer., *M.* (*Lyrcea*) sp. The species enumerated, which, moreover, are not in a very good state of preservation, make it impossible to make a definite statement as to which portion of Pontus these clays may belong. It would seem most probable that the clays containing the fauna enumerated above belong to the Lower Pontus.

As regards the conditions of occurrence, I may mention that, in the sandy clays underlying the Pontic deposits near Dzhumi village, I have identified *Congeria subnovorossica* Osaul. (*C. novorossica* Andrus., non Sinz.), which indicates the Upper Meotic age of the rocks underlying the Pontic deposits

of this district*. The geographical position and the correlation of some outcrops of the Upper and Lower Pontus seems to indicate the association of the Pontic deposits with the synclinal folds of this part of Mingrelia.

To sum up, the following statements may be made:

The Pontic deposits of Mingrelia are represented by the two subdivisions of the Pontic strata: the Lower Pontus (Novorossyisk horizon) with *Parvivenus widhalmi* Sinz., *Dreissensia tenuissima* Sinz., *Dr. simplex* Barb., *Monodacna pseudocatillus* Barb., *Didacna* cf. *novorossica* Barb., *Prosodacna* gr. *littoralis* Eichw. and others, and the Upper Pontus (Bosphorus horizon) with *Didacna planicostata* Desh., G. cf. *incerta* Desh., *Prosodacna* cf. *fischeri* Andrus., and others.

The dividing horizon between these two subdivisions is presumably the one containing *Congeria subrhomboidea* Andrus., which, throughout the Black Sea basin, is associated with the uppermost strata of the Lower Pontus. The identification of this horizon in Mingrelia makes it possible to follow it up in a practically continuous manner along the whole zone of the Pontic deposits of western Transcaucasia, beginning with northern Abkhazia (Gudauty district) and ending with Guria. The invariable presence in it of *Congeria subrhomboides* Andrus. deserves a special mention.

The argillaceous facies are predominant among the facies of the Pontic deposits of Mingrelia. Not only the strata containing *Paradacna abichi* R. Hörn are (as is usually the case) represented by clays, but also the strata containing a fauna of a type characteristic of Odessa limestones and of Kamyshburun which are usually represented by arenaceous or conchiferous formations.

Received
17. II. 1937.

REFERENCES

[1] И. Карк и П. Бутов, Изв. Геол. ком., XXXI, I, 56—59 (1912). [2] Б. Ф. Мефферт, Тр. ГГРУ, 64, 1—58 (1931). [3] N. Kipiani, Bull. du Musée de Géorgie, II (1923—1925) 111—120 (1925).

* At all other points, the correlations of the Pontic formations with the underlying deposits are not clear. At some points, the Lower Pontus seems to overlie immediately und transgressively the Middle Sarmatian.

Comptes Rendus (Doklady) de l'Académie des Sciences de l'URSS
1937. Volume XV, № 1

BIOCHEMISTRY

CHANGES OF PROTEIN FRACTIONS IN MEAT RIPENING

By I. A. SMORODINCEV (SMORODINZEW), N. N. KRYLOVA, V. I. PASONINA

(Communicated by A. A. Richter, Member of the Academy, 16. II. 1937)

In order to supplement our researches concerning protein changes in meat ripening (1), we took up the study of quantitative changes of the principal protein fractions during the first five days after the animal's death.

Methods Used. We kept the hind quarters of five healthy cows aged from 5 to 6 years in our meat-packing plant under production conditions at temperatures of +1—3°, taking samples for investigation 1, 24, 72 and 120 hours after slaughtering.

A lump of meat weighing 400 grams was freed from fat and connective tissues and twice minced in meat-chopper No. 5; the total quantity of nitrogen was determined on 1 g of this meat according to Kjeldahl, while out of 100 g an extract was prepared by treating with 400 cm³ of a 5 per cent sodium chloride solution on a stirring apparatus during one hour. The extract was filtered through two layers of gauze and the total quantity of nitrogen (fraction I) was determined in 5 cm³ according to Kjeldahl. From 10 cm³ of this extract the protein was salted out, 5 grams of sodium chloride being used for full saturation. The precipitate (fraction II, myosin) was washed and burnt according to Kjeldahl. From 50 cm³ of this extract, proteins were salted out by 25 grams of sodium chloride. The precipitate was filtered and the nitrogen determined in 10 cm³ of the filtrate according to Kjeldahl (fraction III). 10 cm³ of the filtrate were coagulated in a boiling water-bath during 10 minutes. The precipitate (fraction IV, myogen) was filtered, washed and burnt according to Kjeldahl, while the filtrate and the wash water (fraction V, N of non-coagulating compounds) were treated according to Kjeldahl.

In order to check up the method of determination, the nitrogen quantities found in the analysis were compared with those computed from the sum and difference of nitrogen in the individual fractions obtained by us. The difference between the total quantity of nitrogen in the meat and the nitrogen of the extract (fraciton I) gives the nitrogen content of the proteins which do not pass into solution (stroma). The difference between the nitrogen of the salt extract and that of the filtrate after salting-out the proteins corresponds to the quantity of the nitrogen contained in the salted-out protein (fraction II); the difference between the quantity of nitrogen in the salt extract and that of the salted-out protein gives the nitrogen of the filtrate after salting-out the protein (fraction III), while the sum of the nitrogen of the salted-out pro-

tein and the filtrate after salting-out the portein is equal to the quantity of nitrogen in the salt extract (fraction I.).

Experimental Part. Tables I and 2 show that the calculated amount of nitrogen fully coincides with that found in the respective protein fractions.

Table 1

Average Figures for 5 Series of Determinations in Grams (per 100 Grams of Raw Meat)

Hours	Total nitrogen	Fraction I		Fraction II		Fraction III		Fract. IV	Fract. V		Fract. VI
		Salt extract nitrogen		Nitrogen of protein salted out by NaCl (myosin)		Nitrogen of compounds not salted out by NaCl		Myogen + myo-albumen	Residual nitrogen		Stroma nitrogen
		Found	Calculated	Found	Calculated	Found	Calculated		Found	Calculated	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	
1	3.44	1.87	1.83	1.00	1.00	0.81	0.81	0.47	0.34	0.34	1.57
24	—	1.02	1.01	0.31	0.30	0.70	0.69	0.39	0.34	0.31	2.42
72	—	1.08	1.04	0.35	0.39	0.70	0.70	0.37	0.32	0.32	2.37
120	—	1.19	1.17	0.45	0.47	0.72	0.71	0.39	0.32	0.33	2.22

Table 2

In Per Cent of Quantity per 1 Hour (Calculated from Average Figures for 5 Series)

Hours	Fraction I		Fraction II		Fraction III		Fract. IV	Fraction V		Fract. VI
	Salt extract nitrogen		Nitrogen of protein salted out by NaCl (myosin)		Nitrogen of compounds not salted out by NaCl		Myogen + myo-albumen	Residual nitrogen		Stroma nitrogen
	Found	Calculated	Found	Calculated	Found	Calculated		Found	Calculated	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100
24	54.48	54.79	30.72	30.00	86.40	85.68	83.01	97.95	91.17	158.55
72	58.01	58.01	34.83	38.80	85.91	86.04	80.21	92.39	94.11	150.92
120	63.84	63.90	45.58	46.90	88.75	87.53	82.79	94.44	97.00	141.12

This guarantees us the accuracy of our analyses. The quantity of nitrogen of the salt-soluble proteins (Fraction I, columns 2 and 3) is reduced by 45 per cent, remains at this level for three days and by the fifth day slightly increases. The nitrogen of myosin (fraction II, columns 4 and 5) drops by the 24th hour to one-third and then rises to nearly one half of the quantity of the first hour. The amount of nitrogen of the proteins not salted out by NaCl and which coagulates in boiling (myogen + myoalbumen, fraction IV, column 8) is reduced on the 24th hour by 17 per cent and remains at this level all the time. The residual nitrogen (fraction V, column 9) remains almost unchanged and its absolute quantity is equal to that of the residual nitrogen

of the aqueous extract from meat(1). The nitrogen of the «stroma» (Fraction VI, column 11) increases on the 24th hour by 59 per cent and then slightly drops. Table 3 shows clearly to what is due the increase or decrease of nitrogen in the different fractions.

Table 3

Percentages of Total Nitrogen (from Average Figures for 5 Series).

Hours	Total nitrogen	Fraction I		Fraction II		Fraction III		Fraction IV	Fraction V		Fraction VI
		Salt extract nitrogen		Nitrogen of protein salted out by NaCl (myosin)		Nitrogen of compounds not salted out by NaCl		Myogen + myoalbumen	Residual nitrogen		Stroma nitrogen
		Found	Calculated	Found	Calculated	Found	Calculated		Found	Calculated	
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1	100.0	54.25	53.27	29.16	29.04	23.53	23.53	13.56	9.97	9.88	45.75
24	—	29.62	29.28	8.92	8.75	20.38	20.23	11.25	9.77	9.01	70.38
72	—	31.49	30.29	10.12	11.31	20.26	19.86	10.87	9.21	9.30	68.54
120	—	35.03	34.11	13.24	13.67	20.93	20.67	11.23	9.42	9.59	64.97

The increase of the stroma nitrogen on the 24th hour (column 11) by 24.6 per cent, as compared with the first hour after slaughtering, corresponds with a decrease of the salt extract nitrogen also by 24.6 per cent (columns 2 and 3). The slight decrease of the stroma nitrogen on the 72nd hour (viz., 1.8 per cent) corresponds with the increase of the salt extract nitrogen during the same period by 1.8 per cent. The further reduction of the stroma nitrogen by 3.5 per cent on the 120th hour also corresponds with the 3.5 per cent increase of the salt extract nitrogen during the same period. The decrease of the salt extract nitrogen by 22.5 per cent on the 24th hour (columns 2 and 3) is due to a decrease of the salted out (columns 4 and 5) and coagulating (column 8) proteins. The subsequent decrease of the stroma nitrogen is due exclusively to the increase of the nitrogen of the salted out protein, as the nitrogen of the coagulating protein and the residual nitrogen are stabilized.

In the ripening of meat, the ratio of the stroma nitrogen to salt extract nitrogen changes in the following manner (Table 4).

For the first hour, the coefficient is less than unity, i. e., the nitrogen content in the salt extract exceeds the quantity of the stroma nitrogen. On the 24th hour, the stroma nitrogen exceeds nearly 2.5 times the salt extract nitrogen, and then this ratio is somewhat diminished.

Table 4

Hours	1	24	72	120
$\frac{\text{Stroma nitrogen}}{\text{Salt extract nitrogen}}$	0.89	2.38	2.28	2.00

In table 5 is shown the relative distribution of protein fractions in the salt extract.

Table 5

Distribution of Protein Fractions in Percentages of Salt Extract

Hours	Fraction I	Fraction II		Fraction IV		Fraction V	
	Salt extract nitrogen	Nitrogen of protein salted out by NaCl (myosin)		Myogen + myoalbumen		Residual nitrogen	
		Found	Calculated	Found	Calculated	Found	Calculated
	2—3	4	5	8	8a	9	10
1	100.00	53.40	54.31	24.93	25.35	18.34	18.65
24	100.00	30.12	30.43	37.99	38.41	32.94	33.33
72	100.00	32.07	33.33	34.47	35.83	29.21	30.36
120	100.00	38.15	38.74	32.35	32.85	27.14	27.56

During the first hour, over 50 per cent of the salt extract nitrogen falls on the nitrogen of the salted out protein (fraction II, myosin), 25 per cent on the protein not salted out by NaCl (fraction IV, myogen+myoalbumen), and less than $^1/_4$ on the residual nitrogen.

By the 24th hour, a considerable regroupment takes place: the relative amount of myogen, myoalbumen, and residual nitrogen is increased at the expense of a relative decrease of myosin. The subsequent changes are not so sharp, as is indicated by the ratio of the nitrogen salted out by NaCl to the nitrogen of the proteins that were not salted out (table 6).

Table 6

Hours	1	24	72	120
$\frac{\text{Nitrogen of salted out protein}}{\text{Nitrogen of non-salted out protein}}$	2.13	0.79	0.93	1.13

Conclusions

1. On the 24th hour after slaughtering, there is observed an increase of stroma nitrogen and a corresponding decrease of the salted extract nitrogen.
2. The increase of the stroma nitrogen is due mainly to the nitrogen of the protein salted out by NaCl (myosin).
3. The ratio of the stroma nitrogen to the salt extract nitrogen by the first hour is close to unity.
4. The amount of the residual nitrogen remains constant during the whole period of storage.
5. In the ripening of meat, the most significant change takes place in the myosin fraction, while the quantity of myogen and myoalbumen changes relatively but little.
6. No profound disintegration of the proteins takes place in the ripening of meat.

Scientific Research Institute
of the Meat Industry. Moscow.

Received
16. II. 1935.

REFERENCES

[1] I. A. Smorodinzev and collaborators, Biochem. ZS., 262, 425, (1933); И. А. Смородинцев и сотрудники, Труды Научно-исследовательского Института Мясной Промышленности, вып. 2 (1933).

Comptes Rendus (Doklady) de l'Académie des Sciences de l'URSS
1937. Volume XV, № 1

PLANT PHYSIOLOGY

DERANGEMENT OF METABOLISM IN THE LEAVES OF LUCERNE WHEN INFECTED WITH THE RUST *UROMYCES STRIATUS* SCHRÖT

By V. A. NOVIKOV

(Communicated by A. A. Richter, Member of the Academy, 20. II. 1937)

The purpose of this investigation was to detect the derangement of metabolism by chemical analysis and thereby to arrive at a conception of the significance of rust infection in lucerne.

Lucerne of variety No. 2578* was investigated; the leaves were gathered at different dates from both healthy and diseased plants infected naturally. On the first date, September 9, 1935, the leaves of the diseased plants were about 50 per cent infected. On the second date, September 22, the leaves of the diseased plants were 100 per cent infected. In samples ready for analysis, we determined the carbohydrates by Bertran's method, (monosaccharides, disaccharides, dextrin, starch, hemicellulose and cellulose) in the order of A. R. Kizel's scheme (9), total nitrogen by Kjeldahl's method, protein nitrogen by Bernstein's method, and non-protein nitrogen.

Table 1

Condition of leaves Gathered for investigation	Date of gathering	Content of the different forms of carbohydrate in % of the dry substance							
		Monosaccharides	Disaccharides		Dextrin	Starch	Hemicellulose	Cellulose	Total of carbohydrates calculated
			Cane sugar	Other disaccharides					
Uninfected . .	9/IX	0.2363	0.9654	0	0.6594	0.5507	3.231	6.764	12.4068
50% infected .	9/IX	0.2523	1.418	0.7000	0.4353	0	5.014	4.749	12.5686
Uninfected . .	22/IX	0.2614	3.701	0	0.2353	0	3.552	6.822	14.5717
100% infected .	22/IX	0.2640	1.046	1.485	0.7979	0	4.041	4.160	11.7939

* Its number in the Lucerne sector of the Central Plant Breeding Station of the «Soyuznikhi».

Healthy and diseased leaves of the first gathering do not, as a whole, show a difference (Table 1) in carbohydrates, notwithstanding the fact that the diseased leaves expend more of them ([6,11,14,16]). This is due to the fact that the parasite can draw, «mobilize», reserve carbohydrates from other organs of the plant to the place where they are being especially rapidly consumed (in connection, for example, with spore formation). Besides this, the flow of assimilates from the infected leaves is retarded ([11]). Still, notable differences are to be observed with respect to individual forms of carbohydrates. There is more cane sugar in the infected leaves, but absolutely no starch which, however, is present in healthy leaves; hemicellulose is present in greater quantity than in healthy leaves, whereas cellulose is less. Furthermore, in the infected leaves there is an unknown form of sugar, which is not present in healthy leaves. This form can be detected after a 3-hour hydrolysis with 2% HCl or after a 24-hour hydrolisis with 1 per cent HCl, but cannot be taken for maltose, since in a direct analysis for glucose (before hydrolysis) no part of it can be identified. If it were maltose, then half of it ought to be determined before hydrolysis. It is not only in infected leaves that this carbohydrate is found; it also appears in analyses of uninfected lucerne in greenhouse experiments. Thé decrease of cellulose and the increase of hemicellulose points toward a very high fermentative activity of the rust. The ability of rust fungi to utilize even such compounds as rubber ([15]) points toward the same fact.

The carbohydrate content in infected and healthy leaves is quite different for the second gathering (September 22), although it has a number of features in common with the first gathering. The content of cellulose diminishes from the first date to the second in connection with the growing infection and now constitutes only 61 per cent of that in the healthy leaves. The hemicellulose content although greater as compared with that in healthy leaves, is lower than it was at the first gathering. In the healthy leaves its content has grown from the first gathering to the second. The contents of dextrin and of cane sugar are just the reverse of what they were in the first gathering. The unknown form of sugar is again present only in the infected leaves. The change in quantity of the different forms of carbohydrates by the time of the second gathering, has brought it about that the healthy leaves have a greater total quantity of carbohydrates than the diseased, notwithstanding the fact that there is possibly an inflow of assimilates into the leaves of the infected plants and that the outflow of the latter is either retarded or completely stopped. Consequently, the decreased carbohydrate content cannot be regarded otherwise than due to a decrease in the general production of dry substance and an intensification of the respiratory process, in which, it would seem, even cellulose may be used up, inasmuch as its content decreases sharply under infection. That cellulose is used up by the fungus and that its decrease is not due to a let up in storing under infection it is apparent from a comparison of the analytical data of the first gathering with those of the second. It is fully possible that the rust converts, in the first place, into hemicellulose. This may be concluded from the fact that at the beginning of the infection (gathering of September 9) the cellulose in the diseased leaves decreased in almost exactly the proportion in which hemicellulose increased.

The data on the content of nitrogenous substances in healthy and infected leaves are of no less interest (Table 2). The diseased leaves of the first gathering had less total nitrogen, as also less protein and non-protein nitrogen, than the healthy ones. By the time of the second gathering (September 22), the nitrogen content had increased in the healthy leaves, and decreased in the infect-

ed ones; this regards total as well as protein and non-protein nitrogen, and especially the latter. Kokin and Tumarinson ([10]) found that the quantity of protein nitrogen decreases under infection but that the quantity of amine nitrogen simultaneously increases. On this ground, these authors concluded that, together with the infection, an intensified activity of the proteolytic ferments is introduced into the cells of the host. Unfortunately, the authors did not determine the total nitrogen, so that it is impossible to judge from their figures of the nitrogen balance in healthy and infected leaves. The findings presented in the present article confirm the data of Kokin and Tumarinson so far as concerns the decrease of proteins under infection.

Table 2

Condition of leaves gathered for investigation	Date of gathering	Nitrogen in percentages of the dry substance		
		Total	Protein	Non-protein
Uninfected	9 IX	4.93	4.34	0.59
50% infected	9 IX	4.44	3.91	0.53
Decrease in the infected plants	—	0.49	0.43	0.06
Uninfected	22 IX	5.29	4.64	0.65
100% infected	22 IX	3.45	3.34	0.11
Decrease in the infected plants	—	1.84	1.30	0.54

But, simultaneously with decrease of proteins, there occurs a still sharper decrease of non-protein nitrogen. It does not accumulate under infection, as Kokin and Tumarinson found, but disappears. The decrease of protein and non-protein nitrogen determines also the decrease of the total nitrogen. A comparison of the data on forms of nitrogen in the first and the second gatherings, shows an interesting characteristic of the infected leaves namely that there occurs in them not only a splitting of nitrogen but a loss of it. It is very difficult to suppose that there is a greater efflux of nitrogenous substance from the infected leaves than from the healthy ones, for the investigations of Kuprevich([11]) have shown that the efflux decreases in infected leaves and that an influx is observed to occur. Consequently, an inflow of nitrogenous substances into the diseased leaves is more probable than their outflow. But even if inflow and outflow of nitrogenous substances in infected and healthy leaves were assumed to be equal, still, the loss of nitrogen by the diseased leaf during the interval between the 9th and 22nd of September is quite considerable. It is equal to the difference in the nitrogen content in diseased leaves on September 9 and on September 22 plus the difference in the nitrogen content between the same dates for healthy leaves $(4.44—3.45)+(5.29—4.93)=$ $=1.35$, that is a third of the nitrogen contained in the diseased leaves is expended in 13 days. It is hardly probable that nitrogen should be drawn from the diseased leaves into other organs of the plant, since the outflow from the diseased leaves is diminished and, besides, the parasite itself is in great need of combined nitrogen for building up its own body and, therefore, draws nitrogenous substances out of other organs just as it draws carbohydrates out of them. There remains only the supposition that infection with rust creates conditions in which combined nitrogen is converted into gaseous nitrogen, which in turn, escapes from the leaf.

The establishment in leaves infected with rust of conditions leading to the evolution of nitrogen is quite possible. Grečušnikov (4) found an accumulation of urea and ammonia in the tissues of such plants. When amides or ammonia are heated with HNO_2 salts, molecular nitrogen is evolved. HNO_2 salts are always present in the leaves, inasmuch as the reduction of nitric acid is always taking place there. The elevated temperature of infected leaves has been frequently noted (2, 3, 18). Consequently, the evolution of gaseous nitrogen from leaves infected with rust is quite possible.

It follows that the infection of the higher plants with rust leads, not only to a decrease of the general production of dry substance (1, 5, 7, 8, 12, 17, 19), but also to a yield poor in nitrogenous compounds. Consequently, the food value of plants infected with rust is notably diminished. This fact is especially important with regard to lucerne, which, when infected with rust, loses, to a certain extent, not only its food value, but, inasmuch as its nitrogen content decreases, also one of the principal properties determining its place in crop rotation—that is to say, its capability of enriching the soil with nitrogen.

And so, as a cause of derangement of the physiological processes, the rust *Uromyces striatus* Schröt. is a serious source of injury to lucerne and consequently ought to receive more attention than is ordinarily paid it.

In view of the similarity of endotrophic parasites in the nature of their derangement of physiological processes(11), it may be suspected that evolution of nitrogen takes place likewise when plants are infected with other endotrophic parasites.

Department of Plant Physiology and
Agricultural Microbiology.
Tashkent Agricultural Institute.

Received
20. II. 1937.

REFERENCES

[1] C. H. Coulden a. F. I. Greaney, Reprinted f. Sci. Agr., X, 6 (1930) [2] Max. Eglits, Phytopatol. ZS., 5, 679—712 (1933). [3] J. B. and M. P. Evans, Nature, 110, 480—481. [4] А. П. Гречушников, C. R. Acad. Sci URSS, II, 8 (1936). [5] S. Howard, Reeda. J. S. Cooley, Agr. Exp. St. Ann. Rept., 82—90 (1911). [6] W. Iljin, Flora, 116, 379 (1923). [7] F. R. Immer a. F. J. Stevenson, Journ. Amer. Soc. Agr., XX, 10, 1108—1119 (1928). [8] В. П. Каракулин, Вестн. отд. фитопатол. Гл. бот. сада СССР. 1—2, 1—9(1930). [9] А. Р. Кизель, Тр. лабор., по изуч. белка и белков. обмена в организмах, 1, 36—60 (1931). [10] А. Я. Кокин и Х. С. Тумаринсон, Тр. по защите раст. II сер. 6, 5—34 (1934). [11] В. Ф. Купревич, Отд. оттиски, изд. АН СССР (1934). [12] E. B. Mains, Journ. Agr. Res., 40, 5, 417—446 (1930). [13] M. Maresguelle, C. R., 187, 247—249 (1928). [14] G. Nicolas, C. R., 170, 750—752 (1928). [15] В. А. Новиков, Сов. каучук, 2 (1932). [16] А. А. Рихтер, Е. И. Дворецкая и А. И. Гречушников, Журн. опытн. агр. Ю.-В., VII, 2, 1—16 (1929). [17] А. Ф. Русаков, бюл. VII Всесоюзн. съезда по защите растений, 6, 15—16 (1932). [18] Er. Tobler, Naturwissensch., 19, 413—416 (1931). [19] Х. С. Тумаринсон, Тр. по защите растений., II сер., 6, 35—56 (1934).

Comptes Rendus (Doklady) de l'Académie des Sciences de l'URSS
1937. Volume XV, № 1

EMBRYOLOGIE

EXPERIMENTELLE INDUKTION DER RETINA BEI AMPHIBIENEMBRYONEN

Von N. DRAGOMIROV

(Vorgelegt von I. Schmalhausen, Mitglied der Akademie d. 27. II. 1937)

Nähert man die Organanlagen in künstlichen Vereinigungen einander, so gelingt es solche Induktionswirkungen hervorzubringen, welche in der normalen Embryogenese nicht denkbar sind. Diese Methode gestattete mir zu beweisen, dass in die Anordnung der histologischen Komponenten in der Augenlinse anderweitige Einwirkungen eingreifen können (1929). Später erwies sich auch die naheliegende Voraussetzung als gerechtfertigt, dass unter Normalbedingungen die Berührung mit dem Augenbecher einer der Faktoren ist, welche die Histogenese der Linsenanlage organisieren (1932). Auf diese Weise wurden die Angaben über dieses Beispiel der abhängigen Organbildung, das nunmehr schon bald seit vierzig Jahren Untersuchungsobjekt der Entwicklungsmechanik der Amphibien ist (Spemann, 1901 und viele andere), noch etwas mehr detailliert.

Bei Erforschung der Differenzierung des Augenbechers, d. h. der vom Medullarrohr stammenden Grundanlage des Auges, fand ich ebenfalls dass neben der gut bekannten Fähigkeit zur Selbstdifferenzierung diese Anlage auf die Berührung eines andern Organs durch eine tiefe Veränderung seiner Struktur antworten kann. Die Reaktion äussert sich durch Bildung einer überzähligen Retina, also kann hier, wie auch bei der Linse, als eine Nachbarschaftswirkung in die Organisierung der Anlage eingreifen; dabei erwecken jedoch die Fälle von Versuchen über die Rolle der benachbarten Embryoteile in der Differenzierung der Anlage bei der Normalentwicklung in uns Bedenken. Die Daten über die Reaktionsfähigkeit des Augenbechers stellen somit eigentlich auch das Thema der vorliegenden Mitteilung dar*.

Die Retinainduktion wurde zuerst bei *Triton* in regulativen Augenbechern, welche aus in die Ohrregion transplantierten Stückchen sich entwickelt hatten, beobachtet. Der Induktionseffekt bestand in lokaler Veränderung des Pigmentblattes beim Augenbecher, und zwar in der Richtung der Retinabildung, an der Stelle, wo es die epitheliale Anlage des inneren Ohres berührte (Drago-

* Die Arbeit in eingehenderer Darstellung wird zum Druck vorbereitet.

mirow, 1935). Die dann unternommene Transplantation von ganzen Augenbechern zu dem Ohrbläschen bei *Triton taeniatus* und *Pelobates fuscus* bestätigte die Deutung der schwachen Veränderungen in dem Pigmentblatt als Anfangsstadien der Umwandlung des letzteren in das Retinagewebe; und zwar wurden verschiedene Stufen der Induktionsleistung von angedeuteter lokaler Verdickung und abgeschwächter Pigmentierung des Epithels bis zu der Bildung einer echten zweiten Retina mit allen ihren Schichten und mit Sehendigungen fixiert (1936). Nach diesen vorläufigen Versuchen wurden an demselben Material die Hauptexperimente ausgeführt, und zwar als mehrere einander ergänzende Serien.

Die Transplantation der Augenblase auf den Boden der Labyrinthanlage bei *Pelobates* hat viele deutliche Induktionen geliefert, während der lateral von der Gehörplakode zwischen die Epidermisschichten implantierte Augenkeim nur in einem einzigen Falle die zweite Retina erworben hat. Soweit die fixierten Verhältnisse es beurteilen lassen, besitzt ein in die Epidermislage eingeschobenes Transplantat, wenn es auch gewöhnlich unter die Haut sinkt, doch relativ wenige Chancen den Induktor zu erreichen und sich ihm eng anzulegen. Das ist wahrscheinlich die Hauptursache des Unterschieds. Ausserdem wirken seitens des Labyrinths anscheinend am stärksten die rezeptorischen Epithelbezirke, die sich anfänglich im Bodenteil des Ohrbläschens befinden. Jedoch in beiden Versuchsserien ist der Beweis vorhanden, dass der Kontakt mit der Membranwand des Labyrinths für die Induktion hinreichend ist. Die Reaktion findet anscheinend nur bei unmittelbarer Berührung der epithelialen Oberflächen miteinander statt; obwohl man bei fixierten Objekten bisweilen eine Zwischenschicht von Bindegewebe zwischen dem Induktor und der induzierten Retina sehen kann, so ist doch diese Zwischenschicht entweder von offenbar sekundärer Herkunft, oder sehr dünn und stammt wohl am ehesten von wenigen zerstreuten Mesenchymzellen, welche zwischen den beiden Organanlagen gepresst waren und früher das Zusammenkleben der letzteren nicht verhinderten.

Die reziproke Transplantation (des Ohrbläschens an das Auge) ruft bei *Pelobates* keineswegs die Induktion hervor; bei *Triton*, dessen Augenepithel überhaupt reaktionsfähiger erscheint, treten die Induktionsveränderungen oft auf, progressieren aber relativ langsam. Da sich der Induktor an der neuen Stelle ziemlich gut entwickelt, so kann man ihm die schwache Leistung kaum zuschreiben. Ich erkläre dieses Ergebnis durch innere Entwicklungskorrelation der Blätter des Augenbechers. Die Korrelation tritt deutlich bei der Stückchentransplantation hervor (Dragomirow, 1933, 1935), muss besonders mächtig im unbeschädigten Auge sein, welches die normalen Nachbarschaftsbeziehungen beibehält; wahrscheinlich verhindert sie Organisationsstörungen in der Anlage.

Um die inneren Verbindungen abzuschwächen und die Induktion zu erleichtern, wurde an derselben Tritonart gleichzeitig ein anderer Versuch angestellt: nach Transplantation des Ohrbläschens wurde der zentrale Teil der künftigen Retina mitsamt dem ihn bedeckenden Ektoderm extirpiert. Doch gelang es dadurch nicht den Einfluss der Retina auszuschalten, da der umfangreiche Defekt unerwartet schnell ausgeglichen wurde und zur Zeit der Fixierung, nach 5—8 Tagen, besass das Auge häufig bereits normalen Bau, nur blieb es etwas zu klein. Daher hat die Operation die Induktion nicht nur nicht erleichtert, sondern hat vielmehr, eine verstärkte Entwicklung der sich wiederherstellenden Retina stimulierend, zur deutlichen Hemmung der Reaktion in dem Pigmentblatt geführt; der Induktionseffekt kommt relativ selten vor und ist immer sehr abgeschwächt.

Von Interesse ist noch die Transplantation des Nasengrübchens. Diese Anlage entsteht auch wie eine Plakode, aber entwickelt sich bei normalen Embryonen, im Unterschied zum Ohrbläschen, in unmittelbarer Nähe des Auges, bei *Triton* berührt sie sogar bisweilen das Pigmentblatt des Augenbechers. Gerade bei dieser Art ist es leicht einen noch engeren Kontakt der beiden zu verwirklichen, während bei *Pelobates* eine transplantierte Nasenanlage weit von dem Auge weggeschoben wird. Dennoch hat der Versuch am *Triton* ein negatives Ergebnis. Das war auch zu erwarten, weil in der Natur die Reaktion auf die Nähe des Nasengrübchens zur Missbildung des Auges geführt hätte, wenn nicht bei allen,so doch wenigstens bei sehr vielen Individuen, und folglich in dem Prozess der phylogenetischer Entwicklung so wie so ausgeschlossen werden muss.

Da das Ohrlabyrinth, als fremdes Organ, nicht als spezifischer Induktor der Retina gelten kann, so bleibt nur übrig anzunehmen, dass die Reaktion seitens des Auges, obgleich sie differenziert ist, aber nicht zu eng ist. Nicht jede Berührung intensifiziert die Histogenese des Pigmentblattes und führt zur Verwandlung desselben in die Retina. Ausser dem Nasengrübchen erweisen sich in dieser Hinsicht auch die Kopfnervenganglien und das Gewebe der verschiedenen Gehirnabschnitte als inaktiv. Alles das sind kompakte Gebilde aus Nervengewebe. Der Kontakt mit dem voluminösen aber dünnwandigen Ohrbläschen bringt offenbar ganz andere Bedingungen mit sich; hier trennt nur eine dünne Gewebeschicht die Oberfläche des Auges von der umfangreichen, mit Flüssigkeit gefüllten Höhle ab, dazu verkleben sich in vielen Induktionsfällen, und vielleicht auch immer, die Epithelien der beiden Organe miteinander und gerade an der Verklebungsstelle entsteht die zweite Retina. Bei normalen Verhältnissen bildet sich die Retina auch beim Kontakt mit dem dünnen Epithel, welches sich zwischen ihr und dem den Embryo umgebenden flüssigen Medium befindet; dabei ist die protoplasmatische Verbindung der beiden vollkommen real und bei der Operation sogar wahrzunehmen. Bei dem Experiment pflegt am effektivsten die Berührung mit dem hohen Epithel des Gehörfleckes zu sein,—vielleicht wird in der Norm die Wirkung des Ektoderms auch stärker mit der Verdickung des linsenbildenden Bezirks, wenn die Linsenanlage sich gerade gegenüber dem Zentrum der künftigen Retina hervorragt und in groben Zügen an den Gehörfleck erinnert. Die soeben entworfene Ähnlichkeit veranlasste mich, mich mit der Frage der morphogenetischen Einwirkung des das Auge bedeckenden Ektoderms zu beschäftigen,—einerFrage, welche bisher nur flüchtig in der Literatur berührt wurde (abgesehen von den alten, rein spekulativen Schlüssen über die mechanische Formierung desAugenbechers unter dem Druck der sich einstülpenden Linsenanlage, die sich als unrichtig erwiesen), und durch eine offenbare Selbstdifferenzierungsfähigkeit des Augenkeimes verdeckt worden war. Die ersten positiven Ergebnisse der Versuche in dieser Richtung sind in der weiter unten enthaltenen kurzen Mitteilung angeführt.

Wenn man die Züge berücksichtigt, die den Augenbecher von den auf ihn einwirkenden Embryoteilen unterscheiden, so ist zu erwarten, dass der Augenbecher und die übrigen die Linsenstrukturen induzierenden Gebilde anderen Anforderungen genügen müssen, als die Induktoren der Retina*. Tatsächlich ist Grund vorhanden zu vermuten, dass diese beiden Induktionen, die

---

* Das betrifft nur die lebenden Induktoren. Die Angaben der letzten Jahre (die Arbeiten von Holtfreter und anderen) zeigen, dass abgetötete Gewebe, Koagulate von Säften und andere in der Hauptsache chemische Erreger, welche oft ziemlich aktiv induzieren, sich durch eine noch weniger spezifische Wirkung auszeichnen.

spezifischer Induktoren nicht bedürfen, den an ihnen teilnehmenden Faktoren nach sozusagen negative Abbildungen voneinander sind. Namentlich reagiert die Linse, im Gegensatz zum Augenbecher, leicht auf die Berührung der dem Nervensystem angehörenden Gewebe, z. B. der Pars optica retinae, des Gehörganglions; das Ohrbläschen wirkt allerdings auf die Linse, aber wie es scheint, nur mit seinen neuroepithelialen Bezirken (Dragomirow, 1929, 1932, 1933). Übrigens lässt sich diese interessante Frage auf Grund der wenigen vorhandenen Beobachtungen nicht entscheiden; sie gehört schon zum weiteren Problem der embryonalen Induktion und erfordert eine besondere experimentelle Erforschung.

Laboratorium für Organogenese.
Institut für Evolutionsmorphologie.
Akademie der Wissenschaften der UdSSR.
Moskau.

Eingegangen
d. 27. II. 1937.

Comptes Rendus (Doklady) de l'Académie des Sciences de l'URSS
1937. Volume XV, № 1

EMBRYOLOGIE

ÜBER DEN EINFLUSS DES ANLIEGENDEN EKTODERMS AUF DIE ORGANISATION DER AUGENANLAGEN

Von N. DRAGOMIROV

(Vorgelegt von I. Schmalhausen, Mitglied der Akademie, d. 27. II. 1937)

Bekanntlich sind die Augenanlagen bei Amphibien sehr früh, schon beim Beginn der Formbildung des Embryos determiniert. Sowohl nach verschiedenen Transplantationen, als auch in vitro äussert das Augenmaterial das Selbstdifferenzierungsvermögen und liefert oft das in seinen Grundzügen regelrechte Organ ([16]). Ja noch mehr das embryonale Auge wirkt stark auf das Hautektoderm ein und bedingt dadurch die Entwicklung der Linse; diese Einwirkung ist ein klassisches Beispiel der embryonalen Induktion.

Einige neue Untersuchungen zeigen eine Abhängigkeit der Augendetermination von dem den präsumptiven Augenanlagen unterlagernden Entomesoderm ([1],[2]). In späteren Stadien entwickelt sich die determinierte Anlage in ungleichartiger organisierter Umgebung, und es ist wohl kaum denkbar, dass ihre Differenzierung ganz und gar unabhängig verläuft. Insbesondere ist zu erwarten, dass ihre enge Verbindung mit dem linsenbildenden Epithel nicht nur die Linsenbildung begünstigt, sondern auch für den Augenbecher selbst von Bedeutung ist. Tatsächlich hat R. G. Harrison ([15]) eine bestimmte Wechselwirkung dieser Augenkomponenten festgestellt, und zwar gegenseitige Anpassung des Wachstums. Was aber eine morphogenetische Korrelation betrifft, so wurde diese bisher ziemlich einseitig dargestellt. Ausser zahlreichen Daten über die Abhängigkeit der Linse, gibt es in der Literatur, meines Wissens, nur Hinweise auf eine Bedeutung des Vorhandenseins der Linse für den Schluss des fetalen Augenspalts ([3]), auf Schwankungen der Retinadicke und der Mächtigkeit der Ganglienzellenschicht im Zusammenhang mit dem abhängigen Wachstum des Augenbulbus([15]), und endlich alte Angaben zugunsten eines sekretorischen Gleichgewichts zwischen Linse und Augenbulbus, welches die Regeneration einer überzähligen Linse von dem Irisrande ausschliesst ([18]).

Meine Versuche über die Faktoren der histologischen Linsendifferenzierung zeigten, dass der Einfluss vom Augenbecher sich nicht auf die Induktion der ganzen Anlage beschränkt, sondern auch eine tiefergreifende Bedeutung hat: der Kontakt mit der künftigen Pars optica retinae regt die Zellen des epithelialen Bläschens zur Umwandlung in die Linsenkernfasern an und nimmt dadurch an der Bildung der heteropolaren Linsenstruktur teil ([4],[6],[8]).

Erwarten wir eine vollkommen gleichwertige Gegenwirkung, so müssen wir voraussetzen, dass die Berührung mit dem Linsenektoderm die anliegende Wand der Augenblase zur Retinabildung anregen kann. Diese Annahme scheint um so mehr wahrscheinlicher, da normalerweise gerade nur der Teil des Augenkeimepithels zu der Retina wird, welcher mit seiner ganzen Oberfläche den linsenbildenden Ektodermbezirk berührt. Der Umstand, das der Augenkeim auch ohne diesen vorausgesetzten Differenzierungsfaktor, z. B. bei frühzeitiger Transplantation, zur typischen Entwicklung fähig ist, braucht uns nicht weiter in Verlegenheit setzen. In der Tat äussert auch die Linsenanlage, trotz aller ihrer Abhängigkeit, bisweilen eine höhere organbildende Aktivität, wenn sie transplantiert ist ([5],[14]).

Den uns hier interessierenden Einfluss kann man aber nur nach eingehenden experimentellen Untersuchungen beweisen. Der erste Schritt auf diesem Wege war die Entdeckung, dass tatsächlich der Augenbecher auf den Kontakt mit einer anderen epithelialen Anlage reagieren und zwar gerade eine Retina auf der Kontaktstelle bilden kann. Das wurde bei der Überpflanzung des Augenkeimes an das Ohrlabyrinth ([9],[10],[12]) und durch die reziproke Transplantation (des Ohrbläschens) demonstriert([12]). Das Ergebnis zeigte also die Möglichkeit der Retinainduktion und gestattete bereits zur Untersuchung der Augenbecherreaktion in normaler Umgebung überzugehen. Die orientierenden Versuche haben die obige Vermutung bestätigt.

Für das Experiment wurden die Embryonen von Axolotl unter den Urodelen und die von *Hyla arborea* unter den Anuren gewählt. Das Experiment bestand in der Umkehrung des Augenkeimes auf die Weise, dass seine laterale Wand, d. h. die präsumptive Retina, medialwärts gerichtet und die Seite, die in normaler Stellung das Pigmentepithel der Tunica nervosa liefert, dem Hautektoderm zugekehrt war. Gewöhnlich wurde die Anlage auch mit ihrer dorsalen Kuppe ventral umgestürzt, um möglichst ihr Zurückkehren zu verhindern und die Vereinigung der Stielabschnitte auszuschliessen. Selbstverständlich wurde das überdeckende Ektoderm vorerst abgehoben, zurückgeklappt und dann an Ort und Stelle wieder angepasst. Die Operationen waren immer autoplastisch und haben bei beiden Versuchsarten grundsätzlich gleiche Resultate geliefert. Alle Fälle kann man in vier Gruppen anordnen.

a) Das operierte rechte Auge ist zur Zeit der Fixierung (nach 10—11 Tagen) normal orientiert und unterscheidet sich von dem linken Kontrollauge hauptsächlich durch eine Verspätung der Histogenese und durch verminderte Grösse*. Die Linse ist entsprechend entwickelt. Beim Axolotl wiederholt sich dieses Resultat in allen Fällen ohne Ausnahme, wenn zur Zeit der Operation das Auge sehr jung war, im Stadium der primären Augenblase; demgegenüber findet bei den in entsprechendem Stadium operierten *Hyla*-Embryonen und auch beim Axolotl, wenn der ältere Augenbecher der Umkehrung unterworfen wurde, eine so vollkommene Regulation nur selten statt.

Es ist wohl kaum nötig diesen Erfolg durch völliges Zurückkehren des ganzen Augenkeimes in die anfängliche Stellung zu erklären. Auch andere Resultate (s. unten) in Betracht ziehend, nehme ich an, dass das präsumptive Pigmentblatt, nachdem es dem Ektoderm anliegt, seine Entwicklungsrichtung ändert und bei den der Retina eigenen Beziehungen zu der hier sich entwickelnden Linse zum Retinagewebe wird, während die präsumptive

---

* Die Umkehrung der dorsoventralen Achse tritt ebensowenig zutage, wie die der proximo-distalen, der Sehnerv geht, wenn er schon ausgebildet ist normalerweise von der ventralen Augenhälfte ab (vgl. [17], [18]).

Retina sich in das Pigmentepithel umwandelt. Dabei findet nicht nur eine Umbestimmung des Schicksals der Teile des Augenbechers in situ statt; sondern dessen Zellen müssen sich, entsprechend der neuen Situation, gruppieren und wieder lateral eine dicke Wand und an der medialen Oberfläche ein dünnes Blatt bilden. Diese Umbildungen scheinen nicht überraschend, wenn wir daran erinnern, dass bei Stückchentransplantationen die präsumptive Retina leicht zum Pigmentepithel wird, und, umgekehrt, das letztere zur Retina, wobei auch die Form des Transplantats umgeschmolzen und reguliert wird. Schliesslich hatte ich schon wichtige, wenn auch indirekte Hinweise auf die Möglichkeit, sogar die Polarität des embryonalen Augenepithels und nicht nur die Polarität der ganzen Augenanlage künstlich zu

Abb. 1. Frontalschnitt durch den Kopf einer Axolotllarve. Das operierte Auge besitzt zwei Retinae; eine primäre (*R*) und eine induzierte (*Ri*) im gemeinsamen Pigmentepithel (*t*). *l* — Linse (zum Schnitt gelangte nur ein kleines Segment); *ep*—Hornhautepithel, von dessen innerer Schicht sich früher die Linse abgeschnürt hat; *D*—Gehirn; *ch*—Knorpel; *m* — Muskel. 11 Tage nach der Umkehrung des Augenbechers.

Abb. 2. Querschnitt durch das operierte Auge bei einer *Hyla*-Kaulquappe. *dt* — ein Stückchen des Hirns, welches mit dem Augenblasenstiel miterfasst wurde und sich als ein mit der dorsalen Oberfläche des Auges verbundener Anhang entwickelt hat. Die übrige Bezeichnungen wie in Abb. 1. 10 Tage nach der Operation.

verändern, erhalten; dabei wieder hat der Kontakt mit der jungen Linse oder mit der zunächstliegenden Epidermis die retinale Differenzierung stimuliert ([11]).

b) In zwei Fällen ist beim Axolotl das operierte Auge sehr klein und liegt frei im Mesenchym, ohne das Ektoderm zu erreichen; die Pupille ist beinahe medial gerichtet; die Linse fehlt. Also entwickelt sich eine verminderte Anlage onhe Kontakteinwirkung autonom und behält die künstliche Orientierung bei.

c) Die dritte Gruppe bilden die Fälle, wo das Auge zwei Retinae besitzt— eine laterale und eine mediale,—die miteinander verschmolzen oder im gemeinsamen Pigmentepithel voneinander gesondert sind. Die laterale Retina ist gewöhnlich die grössere und enthält immer die Linse in ihrer Pupille; die mediale öffnet sich ins Mesenhym (Abb. 1 und 2). Offenbar entstehen die Retinae auf den zwei Polen der Augenblase; die primäre entwickelt sich selbstständig aus dem labil determinierten Bezirk, der nach der Operation medial gerichtet ist, und die zweite wird induziert durch den Kontakt der Augenblase mit dem Ektoderm. Solche Bilder erinnern an die Fälle, wo eine sekundäre Retina in der Berührungsstelle mit dem Ohr induziert ist, nur scheint das Ohrbläschen hier durch die Linse ersetzt zu sein und

die primäre Retina ist aus einleuchtenden Gründen die schwächere von den beiden.

d) Zu der vierten Gruppe endlich müssen die sehr missgebildeten Augen gerechnet werden, deren Bau sich allerdings von dem oben ausgesprochenen Gesichtspunkt aus deuten lässt, ihn jedoch sehr schwach bestätigt. Solche starke Missbildungen stellen beim Axolotl eine Ausnahme dar, bei *Hyla* dagegen sind sie häufig. Dieser Unterschied findet in der früheren Determination, welche den Anuren eigen ist, eine Erklärung; der Augenkeim bei *Hyla* besitzt vielleicht eine stärkere Organisation, daher erweisen sich die durch die Operation hervorgerufenen Störungen hier stabiler.

Die Induktionsaktivität des Ektoderms bedarf wahrscheinlich nicht der Formierung der Linsenanlage*. Die rasche Histogenese der Retina, die nicht gleichzeitig mit ihrer lebhaften Formierung verlaufen kann [9] und die sich mit solcher Beständigkeit wiederholende schöne Entwicklung der Linse, die bekanntlich nur durch den Kontakt gerade mit der retinalen Wand des Augenbechers gesichert werden kann [16], sprechen zugunsten einer fast normalen Konsequenz der Entwicklung der beiden. Offenbar findet zuerst der durch den neuen Kontakt mit dem Ektoderm verursachte Umbau des umgekehrten Augenbechers statt, und dann schafft die Anwesenheit des letzteren die beinahe normalen Bedingungen für die Linsenbildung. Insbesondere scheint bei *Hyla*, einer Art mit sehr abhängiger Linsenentwicklung [13], eine andere Sachlage kaum denkbar.

Weitere Untersuchungen sollen diese und andere Fragen entscheiden; aber schon die hier angeführten Tatsachen gestatten die Behauptung, dass bei der normalen Embryogenese die Berührung der Augenblasen mit dem sie bedeckenden Ektoderm die Entwicklung der Retinae erleichtert und die regelrechte Organisierung der Augen begünstigt.

Laboratorium für Organogenese.
Institut für Evolutionsmorphologie.
Akademie der Wissenschaften der UdSSR.
Moskau.

Eingegangen
d. 27. II. 1937.

ZITIERTE LITERATUR

[1] H. B. Adelmann, J. Exp. Zool., **57**, 233 (1930). [2] A. L. Alderman, J. Exp. Zool., **70**, 205 (1935). [3] Cora J. Beckwith, J. Exp. Zool., **49**, 217 (1927). [4] N. Dragomirow, Roux' Arch., **116**, 633 (1929). [5] N. Dragomirow Roux' Arch., **123**, 206 (1930). [6] N. Dragomirow, Roux' Arch., **126**, 241 (1932). [7] N. Dragomirow, Roux' Arch., **129**, 522 (1933). [8] N. Dragomirow, Recherches sur l'ontogénie des animaux, № 6, 73 (Inst. d. rech. zool. et biol. d. l'Acad. d. Sci. d'Ukraine) (1933). [9] N. Dragomirow, Trav. d. l'Inst. d. zool. et biol. d. l'Acad. d. Sci. d'Ukraine, **8**, 25 (1935). [10] N. Dragomirow, Roux' Arch., **134**, 716 (1936). [11] N. Dragomirow, Trav. d. l'Inst. d. zool. et biol. d. l'Acad. d. Sci. d'Ukraine, **17**, 3 (1937). [12] N. Dragomirow, C. R. Acad. Sci. URSS, II, № 1 (1937). [13] G. Ekman, Arch. Entw. mechan, **39**, 328 (1914). [14] R. G. Harrison, Proceed. Soc. Experim. Biol. a. Med., **17**, 199 (1920). [15] R. G. Harrison, Roux' Arch., 120, 1 (19.9). [16] Mangold, Erg. Biol., 7, 193 (1931). [17] T. Sato, Roux' Arch., **128**, 342 (1933). [18] H. Wachs, Arch. Entw. mechan., **39**, 384 (1914). [19] M. W. Woerdeman., Proceed. Kon. Akad. Wetensch. Amsterdam, **37**, 762 (1934).

* S. dazu auch die vorige Mitteilung [12].

PRIX D'ABONNEMENT

Un an — 36 livraisons . . . . . $ 15
Six mois — 18 livraisons . . . $ 7.50
(Séparément $ 0.50 le numéro)
«Nouvelle Série» pour 1933 — 6 livraisons . . . $ 2
«Nouvelle Série» pour 1934 — l'année complète épuisée; volume III (9 livraisons) et volume IV (9 livraisons) en vente à $ 3 le volume.

URSS — Mezhdunarodnaja Kniga, 18, Kuznetskij Most, Moscou (Compte courant n° 263 Banque d'Etat de l'URSS, 12, Neglinnaja, Moscou).
NORTH and SOUTH AMERICA — BOOKNIGA CORPORATION. 255 Fifth Avenue. New York, N. Y.
GREAT BRITAIN — W. H. SMITH & son, Ltd. Strand House, Portugal St London, W. C. 2.
FRANCE — MESSAGERIES HACHETTE. Service Abonnements. 111, Rue Réaumur. Paris, 2e.
SUISSE — Administration du Journal „LE TRAVAIL". 39, Rue de Lausanne. Genève.
ROUMANIE — Deposit de Ziare Luvru. Calea Victoriei 30. Bucarest.
Č. S. R. — MELANTRICH, Akc. Spol. Knihkupectvi — odd. slovanskych knih. Vaclavské nam 42. Praha II. (Ucet post. spor. 20. 208).
BELGIQUE — LIBRAIRIE A.U.S. 38. Vieille Halle-aux-Blés. Bruxelles (C. C. P. 1861. 15 P. Driessen).
CHINA — AMERICAN BOOK & SUPPLY Co 841 Bubbling. Well Road. P. O. Box 1798. Shanghai.
HOLLAND — J. GINSBERG. University Bookseller. Kort Rapenburg, 17. Leiden
LIETUVA — „MOKSLAS". Knygynas. Laisves Aleja, 46. Kaunas.
TURQUIE — LIBRAIRIE HACHETTE. Succursale de Turquie. 469, Avenue de l'Indépendance. Boite Postale Pera 2219. Istanbul.
POLSKA — GEBETHNER & WOLFF. Filja I. Krakowskie Przedm. 15. Warszawa.
ROSSICA. Chmielna 5. Warszawa.
KSIEGARNIA GIRSZOWSKIEGO. Zamkowa 13. Wilno.
PALESTINE — SAFRAN Co. Jaffa Rd. 35. P. O. B. 223. Haifa.
BULGARIA — T. F. TSCHIPEFF. Buchhandlung. Boulevard Dondoukoff 20/22 Sofia. (Postscheckkonto-Sofia 540).
SVERIGE — C. E. FRITZE'S Kgl, Hofbuchhandlung. Fredsgatan, 2 Stockholm.
LATVIJA — A./S. VALTERS un RAPA. Teatra iela Nr. 11. Riga (Pasta tek. rek Nr. 675)
NORGE — JOHAN GRUNDT TANUM. Tidligere Aschehougs Boghandel. Karl Johans gt. 43. Oslo.

Les «Comptes Rendus», largement expédiés à l'étranger dans les centres scientifiques les plus importants et dans les bureaux de nombreuses revues, sont le seul organe scientifique en URSS, donnant tous les dix jours un compte rendu des plus récentes données de la science soviétique.

Prix — $ 0.50